

· 研究进展 ·

采矿岩层破断力学及内外类双曲线整体移动模型

左建平^{1, 2*} 于美鲁¹ 孙运江¹ 吴根水¹

1. 中国矿业大学(北京)力学与建筑工程学院, 北京 100083

2. 中国矿业大学(北京)煤炭资源与安全开采国家重点实验室, 北京 100083

[摘要] 采矿工程中岩层移动的关注重点在于采空区上覆岩层的破断力学及移动规律, 工程地质的沉陷则着眼于地表的沉陷情况, 这两个方向关注了采空区或者地表附近的局部岩层运动, 能否发展一个整体移动模型来描述采空区上覆岩层移动到地表沉降的整体移动过程是科学采矿的重要理论基础。基于现有的相似模型实验结果、现场观测及理论分析, 特别是对采矿岩层的破断进行了力学分析后, 我们团队发现采动岩层的整体移动具有“类双曲线”特征, 近年来先后建立了采动岩层移动“类双曲线”模型及内外“类双曲线”模型, 并对模型中的参数赋予了相应的物理意义, 分析了“类双曲线”模型随关键层层位变化和煤层倾角变化的演变规律, 初步形成了采动岩层移动“类双曲线”理论框架, 为矿山压力和岩层移动(开采沉陷)这两个不同的研究领域建立起联系。该理论模型将为岩层移动与控制、煤与瓦斯共采、冲击地压、地下水保护和充填开采等提供理论指导, 得到国内外同行的积极评价。

[关键词] “类双曲线”模型; 共轭内、外“类双曲线”模型; 岩层移动; 关键层

煤炭开采必然引起岩层运动和地层内应力场与裂隙场的改变, 从而影响矿压显现、地下水流失和地表沉陷等安全与环境问题^[1]。采动岩层运动是煤炭开采的基础科学问题, 由于采动岩层运动的复杂性, 很多问题亟待解决^[1]。岩层移动与地表沉降之间存在联系, 其本质是力学现象, 建立覆岩整体破断移动的力学模型, 揭示采动岩层破断移动机理, 对控制采场岩层运动、保水开采、瓦斯防治和修复矿山生态等具有重要的实用价值。

在采动岩层移动及开采沉陷方面, 国内外学者已取得了丰硕成果并应用于生产实践。波兰学者 Litwiniszyn 引入随机介质理论来预测和描述矿区地表沉陷范围, 后由我国刘宝琛院士等引进并发展为概率积分法, 在矿区地表移动和变形预计中应用广泛^[2]。同时, 刘宝琛院士等^[2-5]也指出应当研究覆岩内部的移动与变形规律, 进一步揭示覆岩沉陷的力学本质。20世纪60~80年代, 钱鸣高院士提出“砌体梁”结构模型^[6, 7], 从力学角度阐释了岩层移动



左建平 中国矿业大学(北京)教授, 博士生导师, 现任中国矿业大学(北京)力学与建筑工程学院院长。主要从事采矿岩石力学与岩层控制研究, 理论证明了 Hoek-Brown 经验破坏准则; 建立了采动岩层移动“类双曲线”模型; 开发了采矿 MDDA, 提出了深部围岩全空间协同支护技术及方法。近年来负责或参与的国家级科研项目 20 余项, 北京市重大落地成果转化项目、省部级及企业合作项目 40 余项。相关成果发表学术论文 200 篇, SCI/EI 检索 176 篇; 出版中英文专著 4 部, 授权专利 30 余项和软件版权 3 项; 获省部级一等奖 6 项、二等奖 7 项(5 项排名第 1)。

问题。后来, 钱鸣高院士团队又提出关键层理论, 将地表沉陷、关键层破断和采场矿压联系起来, 揭示了岩层移动的基本规律^[8, 9]; 宋振骥院士提出了“传递岩梁”模型来描述基本顶断裂形态^[10]; 谢和平院士等提出了基于 S-R 分解应变建立的几何非线性和物理非线性的连续介质模型研究煤炭开采造成的覆岩破断移动问题^[11]; 随后, 贾喜荣等通过弹性薄板理论研究了岩层破断问题^[12]; 姜福兴等根据老顶的软

收稿日期: 2021-05-20; 修回日期: 2021-08-26

* 通信作者, Email: zjp@cumtb.edu.cn

本文受到国家自然科学基金项目(51622404)和北京市卓越青年科学家项目(BJJWZYJH01201911413037)的资助。

硬程度分别提出了类拱、拱梁、梁结构^[13]；黄庆亨等针对浅埋煤层提出了台阶岩梁结构模型^[14]；左建平等通过采空区顶板破断模拟实验装置分析了不同厚度岩层的破断模式^[15, 16]；杨胜利等通过中厚板理论得到了关键岩层破断模式分区^[17]。上述成果在实践中广泛应用，对我国采矿岩层移动研究做出了重要贡献。但仍有很多工程问题和技术难题有待于解决，“采场岩层控制理论”有待进一步完善和发展。因此，“需要把力学方法与几何学方法结合起来，全面描述开采沉陷的形态和过程”^[3]。

笔者通过数学和力学模型将地表沉陷与岩层破断建立起联系，揭示了岩层移动与地表沉陷的力学本质，按照“基本顶断裂→关键层理论→地表沉陷”的岩层移动顺序，重点阐述了砌体梁、关键层理论在岩层移动方面的重要作用^[18-20]。对基本顶断裂位置、长度和形态进行力学分析。基于关键层理论，提出了覆岩整体移动的“类双曲线”模型及共轭内外“类双曲线”模型，分析了“类双曲线”模型随关键层层位变化和煤层倾角变化的演变规律，初步形成了采动覆岩移动“类双曲线”理论框架^[21-24]。钱鸣高院士等在文章中认同了我们的观点，“岩层运动破裂滑移边界可能是先收敛后扩散的“类双曲线”^[1]。徐祝贺等引用了我们的研究成果，并将“类双曲线”模型应用于地表沉陷的预测中^[25]。Zhao 等肯定了我们在煤矿开采沉陷方面的研究工作^[26]。Yardimci 等认同了模型的合理性^[27]。文志杰等、汪峰等引用了我们的文章^[28, 29]。行业内专家学者的引用和推广坚定了我们团队继续探索的决心。

1 采动岩层破断力学

1.1 基岩层“倒漏斗形”断裂力学分析

Eavenson 和很多国内外学者在煤矿现场观测中证实了顶板“倒漏斗形”的现象^[30]。当煤层开采岩层达到极限跨距时会发生初次破断和周期破断。其中，基本顶初次断裂时，简支梁上任意一点的应力分量表达式为^[31]：

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{6qy}{h^3}(l^2 - x^2) + \frac{qy}{h}\left(\frac{4y^2}{h^2} - \frac{3}{5}\right) \\ \sigma_y = -\frac{q}{2}\left(1 + \frac{y}{h}\right)\left(1 - \frac{2y}{h}\right)^2 \\ \tau_{xy} = -\frac{6qx}{h^3}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right) \end{cases} \quad (1)$$

周期来压悬臂梁上任意一点的应力分量表达式为^[31]：

$$\begin{cases} \sigma_x = -\frac{6qx^2y}{h^3} + \frac{qy}{h}\left(\frac{4y^2}{h^2} - \frac{3}{5}\right) \\ \sigma_y = -\frac{q}{2}\left(1 - \frac{3y}{h} + \frac{4y^3}{h^3}\right) \\ \tau_{xy} = -\frac{6qx}{h^3}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right) \end{cases} \quad (2)$$

式中， h 为岩层厚度， m ； l 为推进步距， m ； q 为上覆岩层压力， MPa 。

根据基本顶主应力与应力分量之间的关系可得基本顶上任意一点的主拉应力 σ_1 和主压应力 σ_3 的表达式为：

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \\ \sigma_3 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \end{aligned} \quad (3)$$

根据式(1)、(2)和(3)可以计算得到岩层初次断裂和周期断裂主应力迹线分布与断裂线形状，如图 1 所示。图 1 为基岩断裂主应力迹线分布与断裂线形状。其中，图 1A 为初次断裂时的应力迹线分布及断裂线形状。红色虚线为主压应力 (σ_3)，蓝色实线为主拉应力 (σ_1)，岩层会沿着垂直于主拉应力的方向发生拉断破坏从而形成倒漏斗形的断裂迹线，这在厚板破断模拟实验中也得到了验证(如图 1B)，且断裂迹线不是一条直线，而是一条曲线^[20]；图 1C 为周期断裂时的应力迹线分布及断裂线形状，分析图 1C 中主拉应力 (σ_1) 分布规律可知，悬臂梁在固定

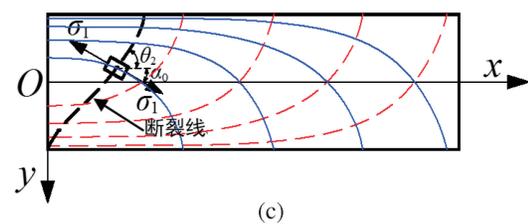
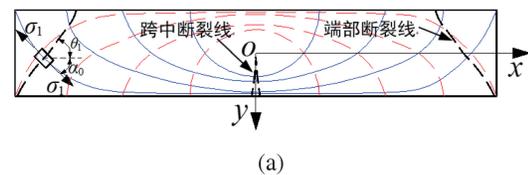


图1 基岩断裂主应力迹线分布与断裂线形状^[15, 31]：

(a) 初次断裂，(b) 厚板断裂迹线，(c) 周期断裂

端上边缘受拉区可能出现一些竖向裂缝,然后沿斜向形成一条“倒漏斗形”的贯穿裂缝。基于上述形成初次断裂和周期断裂迹线的力学分析,揭示了岩层断裂迹线呈“倒漏斗形”的力学机理。

随着岩层厚度增加,横向剪应力的作用不断增强,岩层更易发生剪切破坏。当工作面长度和推进步距一定时,可以得到厚硬岩层破断模式分区,如图2所示。由图2可知,随着岩层厚度的增加,岩层的破断力学因素经历了拉破坏→拉剪破坏→剪破坏。通过厚硬岩层破断模式分区特征,揭示了不同厚度岩层破断力学因素的演化机制。

1.2 浅部软弱岩层“漏斗形”滑移机理

随着工作面的推进,岩层自下而上逐渐垮落,至主关键层出现离层。当主关键层断裂时,主关键层上方的岩层则开始出现断裂,下部松散层在采空区边缘发生滑移,松散层中部的剪应力随着滑移段和拉裂段的发展而逐渐增加。如图3A所示,主关键层断裂导致与地表之间的岩层发生破断移动,地表出现下沉,如图3B所示。当工作面充分采动,且由于主关键层上部岩层强度较弱,地表出现水平下沉盆地,沉陷区两侧的岩体(图3D)易于沿着潜在滑移面发生剪切破坏,形成“漏斗形”移动区,如图3C所示。图中,“漏斗形”移动边界的临界角用 β_{cr} 来表示,假设岩体破断遵从Mohr-Coulomb准则,则滑移面上的剪应力可用有效正应力 σ_n 和内聚力 c 来表示:

$$\tau = c + \sigma_n \tan \varphi \quad (4)$$

如图3D, W 为不稳定岩体的重力; U 和 V 分别为地下水作用在潜在滑移面和地表张拉裂隙上面的力; F_τ 是剪切力; σ_t 和 σ_c 分别为岩层垂直截面上的

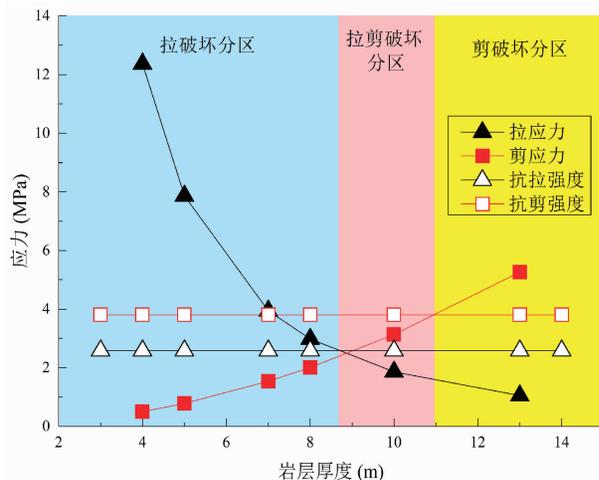


图2 厚硬岩层破断模式分区^[16]

拉应力和压应力。假设 $\sigma_t = \sigma_c$,则潜在滑移面上的正应力 σ_n 和剪应力 τ_s 可表示为:

$$\begin{cases} \sigma_n = \frac{F_\tau \cos \beta + W \cos \beta - U - V \sin \beta}{A} \\ \tau_s = \frac{F_\tau \sin \beta + W \sin \beta + V \cos \beta}{A} \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{其中, } A = \frac{(H_1 - z_c)}{\sin \beta}; W = \frac{\gamma(H_1^2 - z_c^2)}{2 \tan \beta}; F_\tau = \frac{\gamma H_1 L_s}{2}; U = \frac{\rho_w g (H_1^2 - z_c^2)}{2 \sin \beta}; V = \frac{1}{2} \rho_w g z_c^2。$$

式中, β 为潜在滑移面的倾角, $^\circ$; z_c 为地表张拉裂隙的深度,m; H_1 为主关键层上部岩层的厚度,m; ρ_w 为水的密度, 103 kg/m^3 ; L_s 为临界充分采动时主关键层的跨度,m。

将式(5)代入式(4),可得图3D中不稳定岩体在滑移面上的滑移抵抗力:

$$F_{\text{resisting}} = \tau A = cA + (F_\tau \cos \beta + W \cos \beta - U - V \sin \beta) \tan \varphi \quad (6)$$

其中,图3D中不稳定岩体的滑移驱动力为:

$$F_{\text{driving}} = \tau_s A = F_\tau \sin \beta + W \sin \beta + V \cos \beta \quad (7)$$

图3D中主关键层上部红色三角形岩体的稳定性可引入安全系数 F_s 来衡量,其可表示为不稳定岩体滑动抵抗力 $F_{\text{resisting}}$ 与滑动驱动力 F_{driving} 的比值。因此,红色三角形不稳定岩体的安全系数 F_s 可表示为^[21]:

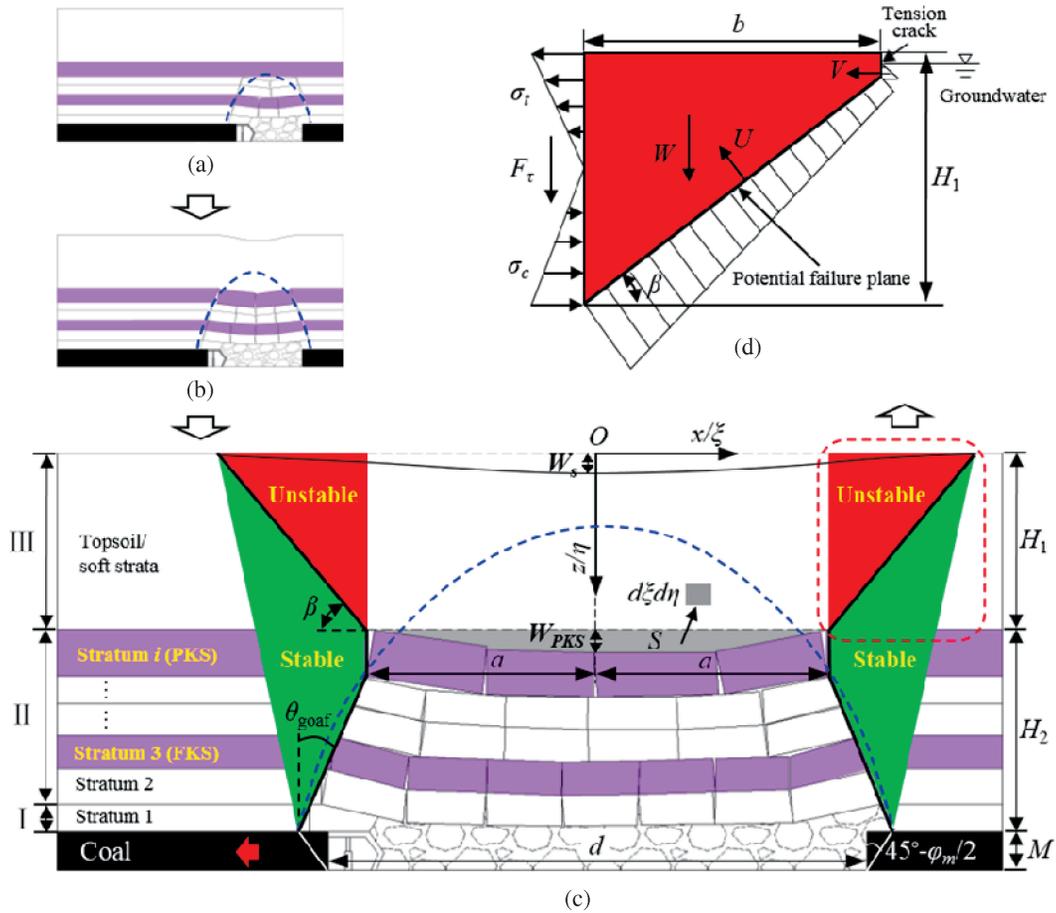
$$F_s = \frac{F_{\text{resisting}}}{F_{\text{driving}}} = \frac{cA + (F_\tau \cos \beta + W \cos \beta - U - V \sin \beta) \tan \varphi}{F_\tau \sin \beta + W \sin \beta + V \cos \beta} \quad (8)$$

当安全系数 $F_s = 1$ 时,主关键层上部肩角处不稳定岩体处于临界状态,据此计算可得主关键层上部弱岩层“漏斗形”移动边界的临界角 β_{cr} 。假设忽略地表拉裂缝以及地下水对主关键层上部岩体“漏斗形”滑移的作用,即 $U = 0, V = 0, z_c = 0$ 。将其带入式(8),并根据方程 $F_s = 1$ 可得主关键层上部“漏斗形”移动边界的临界角^[21]:

$$\beta_{cr} = \arcsin \sqrt{\frac{(M^2 + 2NK) - \sqrt{(M^2 + 2NK)^2 - 4K^2(M^2 + N^2)}}{2(M^2 + N^2)}} \quad (9)$$

其中, $M = \gamma L_s \tan \varphi - \gamma H_1$; $N = \gamma L_s + \gamma H_1 \tan \varphi$; $K = \gamma H_1 \tan \varphi + 2c$ 。

另外,由于不同岩层的力学参数存在一定差异,“漏斗形”滑移边界并不是直线,这就导致各岩层的潜在滑移面临界角有所不同。



I - 垮落带; II - 离层带; III - 弯曲下沉带

图 3 关键层上部岩层破坏力学分析^[21]

(a) 初次来压阶段, (b) 周期来压阶段, (c) 覆岩移动力学模型, (d) 弱岩层滑移机理。

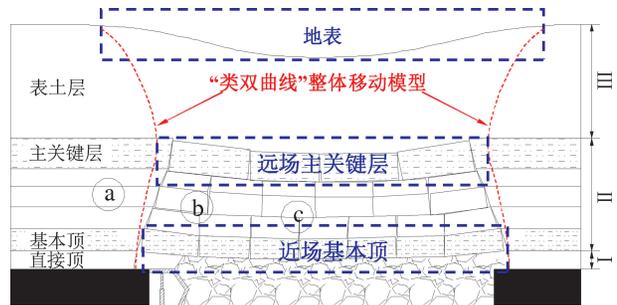
2 采动岩层整体移动模型

2.1 岩层移动“类双曲线”模型

基于上文的分析可知,主关键层下方的岩层呈“倒漏斗形”的破断,厚松散层呈“漏斗形”沉陷^[2, 18, 30]。基于关键层理论,笔者将地表“漏斗形”沉陷和基岩“倒漏斗形”破断建立起联系,提出了充分采动覆岩整体移动“类双曲线”模型^[18-20, 31]。如图 4 所示,主关键层下部的岩层出现近似“倒漏斗形”的破断,而主关键层上部的软弱层呈现近似“漏斗形”的沉陷,双曲线的顶点大致在主关键层位置,即主关键层是覆岩中破断最窄的岩层。对于近场基本顶,基本顶的破断可能发生在工作面后方、上方或前方,不同的破断位置对近场结构和工作面矿压有影响,而对于远场结构影响不大,覆岩整体移动形态仍然呈“类双曲线”特征。

2.2 岩层移动内外“类双曲线”模型

厚松散层地表沉降曲线呈“上凹”的形状,采空区冒落带呈现近似“下凸”的形状。二者近似“上下”



I - 垮落带; II - 裂隙带; III - 弯曲下沉带

(a) 支承压力影响区; (b) 离层区; (c) 重新压实区

图 4 充分采动覆岩整体移动“类双曲线”模型^[31]

对称,关键层或关键层附近某一岩层即为其对称岩层(对称轴)^[24]。笔者仅考虑岩层受剪切破断而形成梯形块体冒落的情况。若主关键层位置位于 7~10 倍采高以外,裂隙带发育高度由近场亚关键层控制^[32-34],即认为冒落带和裂隙带的发育高度不超过主关键层的高度。

因此,若不考虑岩性、地质构造、陷落柱以及采煤方法等因素,在厚松散层水平煤层开采条件下,基

于关键层建立坐标系,如图5所示。将地表沉降曲线、冒落拱边界曲线通过焦点在 z 轴上的“类双曲线”整体模型描述,建立了内外“类双曲线”模型。“类双曲线”模型开口大小受开口率(离心率)控制。其中,内“类双曲线”在岩层内部,关于工作面的中垂线近似“左右”对称,可通过地球物理探测等方法近似获得^[24];外“类双曲线”模型指的是充分采动岩层冒落带与地表沉陷移动曲线,关于关键层附近岩层近似“上下”对称^[24],内、外“类双曲线”的边界方程见方程(10)~(11)。因此,该模型能够较好地描述地表沉降与岩层移动整体阶段性关系。

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (10)$$

方程(10)为外类双曲线模型的边界方程。式中, a 为关键层破断长度的一半,

$$a = \left(d - \sum_{j=1}^i \cot\theta_{1j}h_j - \sum_{j=1}^i \cot\theta_{2j}h_j \right) / 2,$$

$$b = \sqrt{\left[a + \int_0^H \cot(45^\circ + \varphi/2)dH \right]^2 - a^2};$$

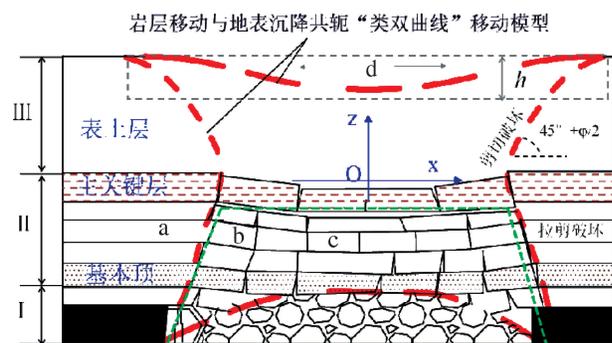
d 为工作面的推进步距; i 为基岩总数; θ_{1j} 、 θ_{2j} 为不同基岩的初次冒落角和周期冒落角; H 为松散层高度; h_j 为各层基岩的厚度; φ 为厚松散层的内摩擦角。将点 $(D/2, H)$ 带入方程(10)可得地表沉降范围 D 的计算公式。

$$\frac{z^2}{m^2} - \frac{x^2}{n^2} = 1 \quad (11)$$

方程(11)为岩层移动与地表沉降内“类双曲线”整体模型表达式。式中, m 、 n 为双曲线的实轴与虚轴长,

$$m = \sqrt{\frac{0.25d^2H_i^2 - H_i^2 \left[a + \int_0^H \cot(45^\circ + \varphi/2)dH \right]^2}{d^2 - 4 \left[a + \int_0^H \cot(45^\circ + \varphi/2)dH \right]^2}},$$

$$n = \frac{D_m}{2\sqrt{0.25H_i^2 - m^2}}; H_i \text{ 为煤层埋深, } H_i = H + \sum_{i=1}^m h_i。$$



I-冒落拱; II-裂隙拱; III-弯曲下沉带

ABC-砌体梁结构;(a)支撑压力影响区,(b)离层区,(c)重新压实区

图5 岩层移动与地表沉降共轭内、外“类双曲线”整体移动模型^[24]

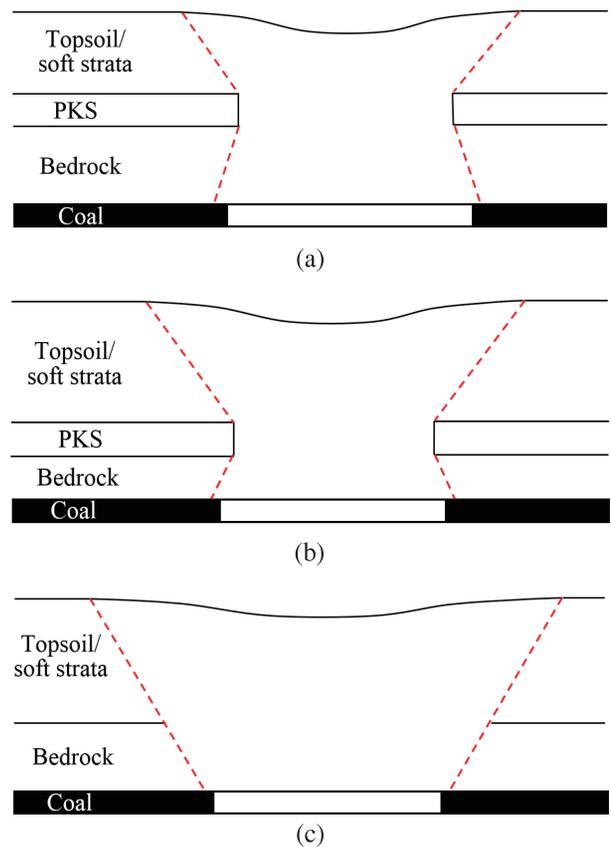


图6 “类双曲线”模型演化规律^[21, 22]: (a)软“类双曲线”模型,(b)硬“类双曲线”模型,(c)“类漏斗”模型

2.3 “类双曲线”模型拓扑演化规律

(1) 不同关键层位置“类双曲线”模型

通过对国内外典型矿区上覆岩层垮落移动特征进行总结分类^[21, 22],笔者将岩层移动模型分为3类:软“类双曲线”模型、硬“类双曲线”模型、“类漏斗”模型(图6),并得到了理论上的地表沉陷预测公式和覆岩内部移动边界预测方程(方程(12)~(17))。

软“类双曲线”模型地表沉陷的理论预测方程为^[21]:

$$W_{s_2}(x) = \iint_{s_2} W_e(x) = \int_{-a}^a \int_{H_1}^{H_1+W_{PKS}} \frac{\tan\beta}{\eta} \exp\left[-\frac{\pi \tan^2\beta}{\eta^2} (x-\xi)^2\right] d\xi d\eta \quad (12)$$

硬“类双曲线”模型地表沉陷的理论预测方程为^[21]:

$$W_{s_1}(x) = \iint_{s_1} W_e(x) = \int_{-a}^a \int_{H_1-h_s}^{H_1-h_s+W_{PKS}} \frac{\tan\beta}{\eta} \exp\left[-\frac{\pi \tan^2\beta}{\eta^2} (x-\xi)^2\right] d\xi d\eta \quad (13)$$

“类漏斗”模型地表沉陷的理论预测方程为^[21]:

$$W_{s_3}(x) = \iint_{s_3} W_e(x) = \int_{-d/2}^{d/2} \int_H^{H+M} \frac{\tan\beta}{\eta} \exp\left[-\frac{\pi \tan^2\beta}{\eta^2} (x - \xi)^2\right] d\xi d\eta \quad (14)$$

软“类双曲线”模型覆岩内部破断移动边界的理论预测方程为^[21]：

$$\begin{cases} z_1 = \pm \cot\theta_{\text{goaf}} x + b_1 \\ (H_1 + h_{\text{PKS}} \leq z \leq H) \\ x = \pm a \\ (H_1 \leq z \leq H_1 + h_{\text{PKS}}) \\ z_3 = \pm \tan\beta_{\text{cr}} \cdot x + b_3 \\ (0 \leq z \leq H_1) \end{cases} \quad (15)$$

硬“类双曲线”模型覆岩内部破断移动边界的理论预测方程为^[21]：

$$\begin{cases} z_1 = \pm \cot\theta_{\text{goaf}} x + b_1 \\ (H_1 + h_{\text{PKS}} \leq z \leq H) \\ x = \pm a \\ (H_1 - h_d \leq z \leq H_1 + h_{\text{PKS}}) \\ z_2 = \pm \tan\beta_{\text{cr}} \cdot x + b_2 \\ (0 \leq z \leq H_1 - h_d) \end{cases} \quad (16)$$

“类漏斗”模型覆岩内部破断移动边界的理论预测方程为^[21]：

$$z_4 = \pm \tan\beta_{\text{cr}} \cdot x + b_4 \quad (17)$$

若基岩厚度和强度减小，“类双曲线”模型可能发生“硬类双曲线模型→软类双曲线模型→类漏斗模型”的演化规律。

(2) 不同煤层倾角“类双曲线”模型

笔者基于“类双曲线”模型的演化规律，进一步考虑了煤层倾角的影响^[30]，将“类双曲线”模型发展得到考虑煤层倾角的“类双曲线”模型、“类双曲线”漏斗模型及“类漏斗”模型，如图 7。

其中，“类双曲线”模型(图 7a)与“类双曲线”漏斗模型(图 7b)的地表沉陷理论预测公式为^[23]：

$$W_s(x) = q_s \cdot \iint_{S_{\text{PKS}}} W_e(x + \Delta) = -q_s \cdot \int_{H_{\text{PKS}}}^{H_{\text{PKS}}+W_{\text{PKS}}} \int_{-b_{\text{lower}} \cdot \cos\alpha}^{b_{\text{upper}} \cdot \cos\alpha} \frac{1}{r} \exp\left[-\frac{\pi}{r^2} (x + \Delta - \xi)^2\right] d\xi d\eta \quad (18)$$

式中，

$$\begin{aligned} H_{\text{PKS}} &= -\tan\alpha \cdot x + H_0 - \frac{(H_b + h_{\text{PKS}})}{\cos\alpha}, \\ r &= \frac{\left(\frac{H_{\text{lower}}^{\text{PKS}}}{\tan\beta_{\text{lower}}} - \frac{H_{\text{upper}}^{\text{PKS}}}{\tan\beta_{\text{upper}}}\right) \cdot (\eta - H_{\text{lower}}^{\text{PKS}})}{(b_{\text{lower}} + b_{\text{upper}}) \cdot \sin\alpha} + \frac{H_{\text{lower}}^{\text{PKS}}}{\tan\beta_{\text{lower}}}, \\ H_{\text{lower}}^{\text{PKS}} &= H_0 - (H_b + h_{\text{PKS}})/\cos\alpha + b_{\text{lower}} \sin\alpha, \\ H_{\text{upper}}^{\text{PKS}} &= H_0 - (H_b + h_{\text{PKS}})/\cos\alpha - b_{\text{upper}} \sin\alpha. \end{aligned}$$

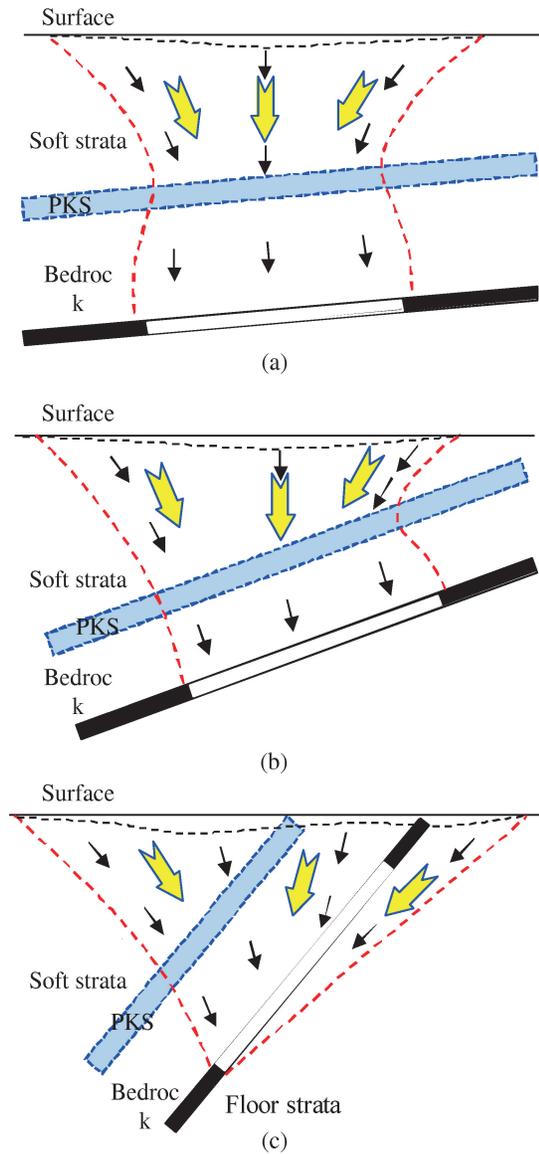


图 7 不同煤层倾角的“类双曲线”模型 (a) “类双曲线”模型, (b) “类双曲线”漏斗模型, (c) “类漏斗”模型^[23]

影响“类漏斗”模型(图 7c)的地表沉陷的主要因素包括顶板和底板的垮落,其理论预测公式为^[23]：

$$\begin{cases} W_s(x) = W_r(x) + W_f(x) \\ W_r(x) = q_{s_r} \cdot \iint_{S_r} W_e(x + \Delta_r) = -q_{s_r} \cdot \iint_{S_r} \frac{1}{r_r} \exp\left[-\frac{\pi}{r_r^2} (x + \Delta_r - \xi)^2\right] d\xi d\eta \\ W_f(x) = q_{s_f} \cdot \iint_{S_f} W_e(x - \Delta_f) = -q_{s_f} \cdot \iint_{S_f} \frac{1}{r_f} \exp\left[-\frac{\pi}{r_f^2} (x - \Delta_f - \xi)^2\right] d\xi d\eta \end{cases} \quad (19)$$

式中, W_r 为顶板垮落引起的地表下沉量; W_f 为底板垮落引起的地表下沉量; r_r 和 r_f 分别为为顶板和底板复合引起的地表沉陷影响半径,

$$\begin{aligned} r_r &= \frac{r_{\text{lower}}^{\text{roof}} - r_{\text{upper}}^{\text{roof}}}{d \cdot \sin\alpha} \cdot \left(\eta - H_0 - \frac{d \cdot \sin\alpha}{2} \right) + r_{\text{lower}}^{\text{roof}}, \\ r_f &= \frac{r_{\text{lower}}^{\text{floor}} - r_{\text{upper}}^{\text{floor}}}{d \cdot \sin\alpha} \cdot \left(\eta - H_0 - \frac{d \cdot \sin\alpha}{2} \right) + r_{\text{lower}}^{\text{floor}}, \\ r_{\text{upper}}^{\text{roof}} &= \frac{H_0 - d \cdot \sin\alpha/2}{\tan\beta_{\text{roof}}}, r_{\text{lower}}^{\text{roof}} = \frac{H_0 + d \cdot \sin\alpha/2}{\tan\beta_{\text{roof}}} - \Delta_r, \\ r_{\text{lower}}^{\text{floor}} &= \frac{H_0 + M/\cos\alpha + d \cdot \sin\alpha/2}{\tan\beta_{\text{floor}}} - \Delta_f, \\ r_{\text{upper}}^{\text{floor}} &= \frac{H_0 + M/\cos\alpha - d \cdot \sin\alpha/2}{\tan\beta_{\text{floor}}}. \end{aligned}$$

“类双曲线”模型对采空区左侧破断移动边界的理论预测方程为^[23]:

$$\begin{cases} z_{\text{lower}}^{\text{bedrock}} = \tan\theta_{\text{lower}}x + H_0 + \\ \left(\frac{d}{2} + M \cdot \tan\zeta \right) (\sin\alpha + \cos\alpha \tan\theta_{\text{lower}}) \\ z_{\text{lower}}^{\text{pks}} = -\cot\theta \cdot x + H_0 - \frac{H_b}{\cos\alpha} - \frac{\cos 2\alpha}{\sin\alpha} \cdot b_{\text{lower}} \\ z_{\text{lower}}^{\text{topsoil}} = -\tan\beta_{\text{lower}} \cdot x + H_0 - \frac{H_b}{\cos\alpha} - \\ h_{\text{PKS}} (\cos\alpha + \tan\beta_{\text{lower}} \sin\alpha) + \\ b_{\text{lower}} (\sin\alpha - \tan\beta_{\text{lower}} \cos\alpha) \end{cases} \quad (20)$$

式中, $b_{\text{lower}} = d/2 + M \cdot \tan\zeta - H_b \cdot (\tan\theta_0 - \tan\alpha) + h_{\text{PKS}} \cdot \tan\alpha$, $\zeta = \pi/4 - \varphi_m/2$ 。

在“类双曲线”模型中,采空区右侧的倾角是正值,可通过近似计算得到,即 $\theta_{\text{upper}} = \theta_0 + \alpha$ 。采空区右侧破断移动边界也可以用三个分段函数表示^[23]:

$$\begin{cases} z_{\text{upper}}^{\text{bedrock}} = -\tan\theta_{\text{upper}}x + H_0 - \\ \left(\frac{d}{2} + M \cdot \tan\zeta \right) (\sin\alpha + \cos\alpha \tan\theta_{\text{upper}}) \\ z_{\text{upper}}^{\text{pks}} = -\cot\alpha \cdot x + H_0 - \\ \frac{H_b}{\cos\alpha} - b_{\text{upper}} (\sin\alpha + \cos\alpha \tan\theta_{\text{upper}}) \\ z_{\text{upper}}^{\text{topsoil}} = \tan\beta_{\text{upper}} \cdot x + H_0 - \frac{H_b}{\cos\alpha} - \\ h_{\text{PKS}} (\cos\alpha - \tan\beta_{\text{upper}} \sin\alpha) - \\ b_{\text{upper}} (\sin\alpha + \tan\beta_{\text{upper}} \cos\alpha) \end{cases} \quad (21)$$

式中, $b_{\text{upper}} = d/2 + M \cdot \tan\zeta - H_b \cdot (\tan\theta_0 + \tan\alpha) - h_{\text{PKS}} \cdot \tan\alpha$ 。

“类双曲线”漏斗模型的采空区右侧破断移动边界理论预测方程与“类双曲线”模型一致,其左侧破断移动边界理论预测方程为^[23]:

$$z_{\text{lower}} = -\tan\beta_{\text{lower}} \cdot x + H_0 +$$

$$(d/2 + M \cdot \tan\zeta) (\sin\alpha - \tan\beta_{\text{lower}} \cos\alpha) \quad (22)$$

“类漏斗”模型的采空区左侧破断移动边界理论预测方程与“类双曲线”漏斗模型一致,其右侧破断移动边界理论预测方程为^[23]:

$$\begin{aligned} z_{\text{floor}} &= -\tan\beta_f \cdot x + \left(\frac{d}{2} - M \tan\alpha \right) \cdot \\ &(\sin\alpha - \tan\beta_f \cos\alpha) + \frac{M}{\cos\alpha} + H_0 \end{aligned} \quad (23)$$

“类双曲线”模型将地表沉陷及岩层破断建立了联系,全面描述了地表沉陷的形态和演化规律,是对关键层理论的进一步发展和应用。

3 讨论

世界上主要采煤国家都在致力于地表沉陷和岩层破断的研究,形成了众多观点不同的学派,面对越来越复杂的地质条件,需要将力学方法与几何学方法结合起来,全面描述地表沉陷和岩层破断的形态和过程。基于此,本文通过对基岩和厚松散层的整体破断运移进行力学分析,并基于相似模型实验结果及现场观测,认为厚松散层矿区的整体移动具有“类双曲线”特征,提出了“类双曲线”模型及进一步发展了内外“类双曲线”模型,对模型中的数学参数赋予了相应的物理意义。通过与现场实测数据比较,拟合性较好,一定程度上反映了理论模型的实用性。

在该模型中^[19],岩层移动“类双曲线”与岩层的力学性质、松散层和基岩厚度等参数密切相关。岩层的厚度和摩擦系数对“类双曲线”的拐点起决定性作用,松散层的厚度和内摩擦角决定了“类双曲线”开口的大小,从而影响预测的准确率。其中,主关键层与煤层之间岩体碎胀系数在“类双曲线”模型中是一个非常敏感的参数,其合理取值对于地表沉陷的准确预测具有重要影响^[31]。

岩层的破断与初始地应力、采场支撑压力、岩体力学性质以及地质构造等密切相关,故对“类双曲线”模型的适用条件还需更深入的研究^[31]。

4 结语

本文回顾了我们的团队岩层移动的研究进展,探讨了地表沉陷与岩层移动之间的力学联系,基于关键层理论提出了“类双曲线”模型及内外“类双曲线”模型,阐述了其基本的演化规律。笔者以为,未来应从以下几个方面开展岩层移动的研究:

(1) 采动岩层的破断研究重点是岩石断裂力学问题,需要加强采用力学研究方法揭示岩层内部的

破断移动规律,准确描述开采沉陷的形态和过程。

(2) 煤层开采引起的地表沉陷和岩层破断是个整体移动过程,需要建立合理的岩层整体移动力学模型,更精准地预测地表沉陷范围。

(3) 建立更合理的深部岩体非线性大变形本构关系。随着煤矿采深的增加,岩体应变呈现出非线性大变形趋势,应深入探索适用于深部岩体的本构关系,更准确地描述和预测岩层的破断移动规律。

参 考 文 献

- [1] 钱鸣高,许家林. 煤炭开采与岩层运动. 煤炭学报, 2019, 44(4): 973—984.
- [2] 刘国琛,廖国华. 煤矿地表移动的基本规律. 北京: 中国工业出版社, 1965.
- [3] 刘宝琛,戴华阳. 概率积分法的由来与研究进展. 煤矿开采, 2016, 21(2): 1—3.
- [4] 杨伦,戴华阳. 关于我国采煤沉陷计算方法的思考. 煤矿开采, 2016, 21(2): 7—9, 102.
- [5] 黄庆享,夏小刚. 采动岩层与地表移动的“四带”划分研究. 采矿与安全工程学报, 2016, 33(3): 393—397.
- [6] 钱鸣高,朱德仁,王作棠. 基本顶岩层断裂型式及对工作面来压的影响. 中国矿业学院学报, 1986, 15(2): 9—18.
- [7] 钱鸣高,缪协兴,何富连. 采场“砌体梁”结构的关键块分析. 煤炭学报, 1994, 19(6): 557—563.
- [8] 钱鸣高,缪协兴,许家林. 岩层控制中的关键层理论研究. 煤炭学报, 1996, 21(3): 2—7.
- [9] 钱鸣高,缪协兴,许家林,等. 岩层控制的关键层理论. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2000.
- [10] 宋振骥. 实用矿山压力控制. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1988.
- [11] 谢和平,陈至达. 非线性大变形有限元分析及在预测岩层移动中的应用. 中国矿业学院学报, 1988(2): 97—107.
- [12] 贾喜荣,翟英达. 采场薄板矿压理论与实践综述. 矿山压力与顶板管理, 1999(3): 22—25, 238.
- [13] 姜福兴,宋振骥,宋扬. 老顶的基本结构形式. 岩石力学与工程学报, 1993, 12(4): 366—379.
- [14] 黄庆享,张沛,董爱菊. 浅埋煤层地表厚砂土层“拱梁”结构模型研究. 岩土力学, 2009, 30(9): 2722—2726.
- [15] 左建平,于美鲁,胡顺银,等. 不同厚度岩层破断模式实验研究. 采矿与岩层控制工程学报, 2019(2): 82—90.
- [16] Zuo JP, Yu ML, Li CY, et al. Analysis of surface cracking and fracture behavior of a single thick main roof based on similar model experiments in western coal mine, China. Natural Resources Research, 2021, 30(1): 657—680.
- [17] 杨胜利,王家臣,李良晖. 基于中厚板理论的关键岩层变形及破断特征研究. 煤炭学报, 2020, 45(8): 2718—2727.
- [18] 左建平,孙运江,钱鸣高. 厚松散层覆岩移动机理及“类双曲线”模型. 煤炭学报, 2017, 42(6): 1372—1379.
- [19] 左建平,孙运江,王金涛,等. 充分采动覆岩“类双曲线”破坏移动机理及模拟分析. 采矿与安全工程学报, 2018, 35(1): 71—77.
- [20] 左建平,孙运江,文金浩,等. 岩层移动理论与力学模型及其展望. 煤炭科学技术, 2018, 46(1): 1—11, 87.
- [21] Sun YJ, Zuo JP, Karakus M, et al. A novel method for predicting movement and damage of overburden caused by shallow coal mining. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2020, 53(4): 1545—1563.
- [22] Sun YJ, Zuo JP, Karakus M, et al. Investigation of movement and damage of integral overburden during shallow coal seam mining. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2019, 117: 63—75.
- [23] Sun YJ, Zuo JP, Karakus M, et al. A new theoretical method to predict strata movement and surface subsidence due to inclined coal seam mining. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2021, 54(6): 2723—2740.
- [24] 左建平,吴根水,孙运江,等. 岩层移动内外“类双曲线”整体模型研究. 煤炭学报, 2021, 46(2): 333—343.
- [25] 徐祝贺,朱润生,何文瑞,等. 厚松散层浅埋煤层大工作面开采沉陷模型研究. 采矿与安全工程学报, 2020, 37(2): 264—271.
- [26] Zhao J, Heinz K. Numerical analysis and prediction of ground surface movement induced by coal mining and subsequent groundwater flooding. International Journal of Coal Geology, 2020, 229: 103565.
- [27] Yardimci AG, Karakus M. A new protective destressing technique in underground hard coal mining. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2020, 130: 104327.
- [28] 文志杰,景所林,宋振骥,等. 采场空间结构模型及相关动力灾害控制研究. 煤炭科学技术, 2019, 47(1): 52—61.
- [29] 汪锋,许家林,陈绍杰,等. 松散层拱结构模型及其对覆岩运动的影响. 采矿与安全工程学报, 2019, 36(3): 497—504, 512.
- [30] Eavenson H. Mining an upper bituminous seam after a lower seam has been extracted. Transaction of AIME, 1923, 69: 398—405.
- [31] 孙运江. 采动覆岩破断移动机理及“类双曲线”模型研究. 北京: 中国矿业大学(北京), 2019.
- [32] Xavier D, Hervé C, Mehdi G. Typology of strata movement related to old solution mining of salt at Sarralbe (Lorraine, France). Nancy: Symposium Post mining, 2005.

[33] 许家林, 王晓振, 刘文涛, 等. 覆岩主关键层位置对导水裂隙带高度的影响. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(2): 380—385.

[34] 许家林, 朱卫兵, 王晓振. 基于关键层位置的导水裂隙带高度预计方法. 煤炭学报, 2012, 37(5): 762—769.

Mining Strata Fracture Mechanics and Inner and Outer Analogous Hyperbola Integral Movement Model

Zuo Jianping^{1,2*} Yu Meilu¹ Sun Yunjiang¹ Wu Genshui¹

1. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining & Technology (Beijing), Beijing 100083

2. State Key Laboratory of Coal Resources and Safe Mining, China University of Mining & Technology, Beijing 100083

Abstract Strata movement mainly focuses on the breaking and movement of overlying strata, while engineering geology focuses on the surface subsidence. These two research directions are related to the overall movement behavior of overlying strata to the surface soil layer after mining. It is an important theoretical basis for scientific mining to establish a unified model to describe the whole movement process of overlying strata moving to surface subsidence. Based on the existing similar model experimental results, field observation and theoretical analysis, our team found that the overall movement of the mining strata has the characteristics of analogous hyperbola. In recent years, the analogous hyperbola subsidence model (AHM) and the internal and conjugate inner and outer analogous hyperbola model are proposed, and the corresponding physical meanings are given to the mathematical parameters in the models. The evolution law of the AHM with the change of key strata and coal seam dip angle has been analyzed, and the AHM theoretical framework of mining strata movement has been initially formed. It provides a preliminary research for unifying the two independent disciplines of underground pressure and mining subsidence. The theoretical model can provide important guidance for strata movement and control, it enriches the theoretical system of scientific mining. The theoretical model can provide important reference for strata movement and control, simultaneous extracting of coal and methane, backfill mining, etc., and has been positively evaluated by well-known scholars in the mining field at home and abroad.

Keywords the analogous hyperbola model; the conjugate inner and outer analogous hyperbola model; rock movement; the key strata

(责任编辑 张强)

* Corresponding Author, Email: zjp@cumtb.edu.cn