

· 专题一：双清论坛“行为科学与经济政策设计” ·

数字经济中的算法均衡挑战^{*}

程郁琨¹ 邓小铁^{2**} 段志建² 肖 涛³ 张梦倩⁴

1. 江南大学 商学院, 无锡 214122
2. 北京大学 前沿计算研究中心, 北京 100091
3. 华为技术有限公司 理论计算机实验室, 上海 201206
4. 纽约大学 商学院, 纽约 10012, 美国

[摘 要] 在当今蓬勃发展的数字经济背景下, 人类认知所带来的挑战正在重新定义经济学、运筹管理以及计算理论的新发展方向, 呈现出引人注目的全新研究内容。与此同时, 算法博弈论的迅猛发展, 将计算因素与人的有限理性巧妙结合起来, 为研究数字经济环境下的各类博弈场景提供了一个统一而简洁的方法框架, 为经济学和博弈论带来了新的研究视角。本文回顾了数字经济不同情境下涌现出的各类经济均衡解的新概念, 聚焦于参与者的策略行为对均衡结果的挑战与影响, 运用算法博弈论对参与者策略行为进行激励分析, 刻画博弈过程中参与者之间的竞争与合作关系, 并评估不同策略行为对系统均衡的影响。

[关键词] 数字经济; 拍卖; 市场均衡; 区块链; 激励分析; 算法均衡

1 数字经济中的均衡

近年来, 互联网平台的崛起引发了一场商业革命, 改变了传统商业模式, 使数字经济的发展呈现出飞速增长的势头, 为全球范围内的企业提供了更多机遇和挑战。这些知名的互联网平台, 如 AirBnB、Alibaba、Amazon、Baidu、Ebay、Facebook、Google、Mobike、Tencent、Twitter、Yahoo 等, 通过提供在线市场^[1]、数字化服务、社交网络^[2, 3]和共享经济^[4]等形式, 正在改变我们的日常生活, 催生出诸多新的业态和商业模式。与此同时, “我国数字经济在政策扶持和市场推动下实现了跨越式发展, 规模稳步扩大, 占 GDP 比重不断提升, 我国全球数字经济大国的地位得到进一步巩固”^[5]。为此, 学者们将目光聚焦于基于互联网的数字经济, 包括数字商品拍卖^[6, 7]、网络服务的一般均衡模型^[8], 以及对等 (Peer-to-Peer, P2P) 网络上的数字资源共享^[9]等领域。数字经济的蓬勃发展离不开信息和通信领域的创新应用。计



邓小铁 北京大学讲席教授, ACM Fellow、CSIAM Fellow、IEEE Fellow, 欧洲科学院外籍院士。主要研究方向为算法及博弈论、互联网经济、在线算法及区块链技术应用等。作为项目负责人, 曾承担多项国家自然科学基金项目, 并担任多个国际期刊编委。发表论文 200 余篇, 多次做国际学术会议特邀报告。曾获得 IEEE 理论计算机学术会议 FOCS 的最佳论文奖、高等学校科学研究优秀成果奖 (自然科学) 二等奖。



程郁琨 江南大学商学院教授, 江苏省高校“青蓝工程”中青年学术带头人, 中国运筹学会副秘书长, 中国计算机学会计算经济专业组副主任, 中国工业与应用数学学会区块链专委会委员、副秘书长, 江苏省运筹学会理事。主要研究领域为算法博弈、组合优化、计算经济、区块链技术与应用等。作为项目负责人, 曾主持国家级、省部级项目 5 项。在 *Mathematics of Operations Research* 等国内外重要期刊或会议上发表高水平论文 60 余篇。获得江苏省高等学校科学技术研究成果三等奖。

收稿日期: 2023-08-15; 修回日期: 2023-11-28

^{*} 本文根据第 338 期“双清论坛”讨论的内容整理。

^{**} 通信作者, Email: xiaotie@pku.edu.cn

本文受到国家重点研发计划重点专项、科技创新—2030“新一代人工智能”重大项目 (2018AAA0100901) 和国家自然科学基金项目 (62172012, 62261160391) 的资助。

算网格技术^[10]使得计算资源能够在全球范围内进行高效的共享和调度,为科学研究和工程应用提供了强大支持。云计算^[11]则提供了弹性的计算和存储资源,为企业和个人用户提供了灵活、高效的IT服务。此外,无线网络技术^[12]的发展推动了移动通信的进步。这些技术和应用的不断创新,不仅推动了经济的数字化转型,也对传统产业和商业模式产生了深远影响。同时,人类认知所带来的挑战正在重新定义经济学、运筹管理以及计算理论的新发展方向,呈现出引人注目的全新研究方向。博弈论,特别是算法博弈论^[13](Algorithmic Game Theory)的迅猛发展,将计算因素与人的有限理性巧妙结合起来,为应对数字经济各类复杂博弈场景提供了一个统一而简洁的方法框架^[14]。

本文主要介绍了算法博弈论在数字经济各类博弈场景中的应用。其中包括信息不对称环境下各类拍卖(Auction)的机制设计,特别是能够激励参与者真实报价的“激励相容”(Incentive Compatible)拍卖机制设计;费舍尔市场(Fisher Market)和交换经济市场(Exchange Market)中,参与者对市场均衡(Market Equilibrium)机制所采取的不同策略行为的激励分析,以及区块链经济系统中矿工的自私挖矿(Selfish Mining)行为的激励分析等内容。本文的重点在于讨论参与者的策略行为对均衡结果的挑战与影响,通过运用算法博弈论对参与者的策略行为进行激励分析,我们可以很好地理解博弈过程中参与者之间的竞争与合作关系,并评估出不同策略对系统均衡的影响。

1.1 拍卖场景下的均衡计算

在微观经济学中,拍卖和市场均衡是对市场中的资源进行有效分配和定价的两种非常重要手段,因此也被广泛应用至互联网市场的资源配置过程中。拍卖之所以流行,主要得益于其本身机制规则的简单易懂、操作方便,并且能够保障卖家收益或社会福利。大量物品、各种使用权、服务等都可以通过拍卖进行交易。例如,国有土地使用权的竞标过程^[15],艺术品在拍卖行的出售过程^[16],无线电频谱许可证的分配过程^[17],以及付费搜索市场中广告位的定价和分配过程^[18, 19]等都借助了拍卖。

拍卖是一种竞争过程,其中 n 个潜在买家竞标某一特定的商品或一组商品,待出售的商品集合记为 I 。拍卖过程由卖家主持。在拍卖过程中,买卖双方事先约定一系列规则,即拍卖机制。买家根据拍卖机制以及自己关于商品的估值 $v_i: 2^I \rightarrow R^+$,提

交相应的报价 b_i 来参与拍卖。这里的报价 b_i 表示买家愿意支付的最高金额。卖家根据所有买家的报价 $\mathbf{b}=(b_1, b_2, \dots, b_n)$ 来决定商品的分配 $\mathbf{X}(\mathbf{b})=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 以及相应的定价 $\mathbf{p}(\mathbf{b})=(p_1, p_2, \dots, p_n)$ 。当给定商品分配方式 $\mathbf{X}(\mathbf{b})$ 和定价 $\mathbf{p}(\mathbf{b})$ 后,每位买家获得的效用为 $U_i(\mathbf{b})=v_i(x_i(\mathbf{b})) - p_i(\mathbf{b})$ 。

在拍卖过程中,买家和卖家之间存在信息不对称,其中买家对商品的估值是私有信息,他们有动机进行策略性报价。因此,买家和卖家的互动形成了拍卖博弈,从而可以让我们利用算法博弈论去研究和分析拍卖机制。机制设计是博弈论中的重要组成部分,其中衡量机制优劣的重要性质便是激励相容性^[13]。所谓激励相容的拍卖机制(有时也称为可信机制或防策略性机制),是指在此类机制的运作下,无论其他买家如何报价,每位买家只有真实汇报其私有信息才能获得最大效用。可以看出,当某一机制满足激励相容性时,任何人“说真话”都是一个占优策略(Dominant Strategy)。所有人“说真话”便构成一个占优均衡(Dominant Equilibrium),它是一类更强的纳什均衡。在传统拍卖机制中,著名的二价拍卖机制^[20]和VCG(Vickrey-Clark-Groves)拍卖机制^[20-22]都是激励相容机制,同时这两类拍卖机制的分配方式可以最大化社会福利。而Myerson^[23]则在假设所有买家价值分布已知的前提下设计出Myerson最优拍卖机制,保证了卖家可以获得最大期望收益。在现实中卖家可以通过对买家过往数据的分析,推断出买家的价值分布。面对卖家的数据分析能力,我们不禁要问:买家会有哪些策略性行为来干扰卖家对其价值分布的学习?当有买家干扰卖家学习时,Myerson最优拍卖的均衡结果将会如何?此外,Myerson最优拍卖机制只适用于单物品的拍卖场景,对于多物品拍卖的最优解至今还没有得到完全的理解^[24]。因此,如何快速求解满足激励相容性的多物品最优拍卖的均衡解,成为学术界悬而未决的问题。

1.2 市场均衡计算

人们对市场均衡的研究由来已久,最早可追溯到亚当·斯密提出的“无形的手”^[25]。市场均衡通常包含两部分内容:资源定价和资源分配。市场设计者根据买家的效用函数来确定资源的价格和资源的分配方案。当市场达到市场均衡状态时,以下条件得到满足:所有卖家的资源全部售出(市场清空条件);所有买家支付购买资源的资金不超过自己的初

始资金量(预算约束条件);在当前给定的资源价格下,市场均衡的分配方案能够最大化每位买家的效用函数(个人最优化条件)。市场均衡是市场经济中的理想状态,它描述了在自由竞争条件下市场的稳定状态,使得资源的分配能够最优地满足消费者的需求和生产者的利益。在市场均衡下,供求达到平衡,价格形成合理且有效,资源得到有效配置,买家和卖家都能够获得最大利益。

Walras 发展了一般均衡理论,论证了在所有市场中,需求过剩的价值之和必须等于零^[26]。他通过利用 tâtonnement 过程,指出在一系列价格调整后,市场供求会趋于平衡,最终达到整体均衡状态,从而证明了一般均衡的存在性。20 世纪 50 年代,Arrow 等^[27]将一般市场均衡形式化为数学模型,首次为市场均衡的存在性提供了严格的证明,为市场均衡理论奠定了坚实的基础。与此同时,McKenzie^[28]也在独立并行研究了一般市场均衡理论,这一工作让我们更好理解市场均衡的复杂性。因此,McKenzie 也被认为是一般市场均衡理论的另一位创始人。

正是因为市场均衡的重要性,使得市场均衡的求解计算成为学术界十分关心的研究课题之一。其中,当买家的效用函数是线性函数时,Devanur 等^[29]利用原始-对偶方法证明了费舍尔市场中的市场均衡可以在多项式时间内求得。若买家效用函数是常弹性替代效用函数(Constant Elasticity of Substitution, CES),则可以通过求解 Eisenberg-Gale 凸规划^[30]直接得到费舍尔市场中的市场均衡。Wu 等^[9]在研究对等网络上的带宽共享问题时,将其建模成交换经济模型。在纯交换经济环境中,每位参与者既是买家也是卖家,他们将自己拥有的带宽出售给网络中的邻居,同时再利用所的收入购买邻居的带宽以获得效用。Wu 等^[9]提出了“比例反应过程”(Proportional Response Dynamics),并证明了该动态过程最终收敛至纯交换经济的一个市场均衡。

然而,市场均衡的计算依赖于参与者的效用函数、资金预算等信息。参与者都是自然人,具有一定的“自私性”。当资源依照市场均衡机制进行分配与定价时,参与者的“自私性”会促使他们采取谎报效用函数或资金预算等策略行为,操纵机制的分配结果,以期望获得更多收益。因此,参与者之间形成博弈。Hurwicz^[31]将参与者的“自私”因素引入到市场均衡研究中,指出参与者的策略性行为可以改变市场均衡的结果,使其偏离帕累托最优解(Pareto

Optimal Solution)。之后的研究工作讨论了市场均衡解概念的适用性,指出随着市场参与者数量的增加,每个参与者策略性操纵市场均衡机制的动机将逐渐变小^[32-34];而 Simon^[35]提出的参与者“有限理性”假设,进一步弱化了参与者策略性行为对市场均衡结果的影响。因此,面对市场均衡机制,我们不禁要问:参与者会采取哪些策略行为来影响市场均衡?如何刻画参与者谎报信息的动机?参与者的策略行为会对市场均衡结果产生何种影响?

1.3 区块链系统中的均衡计算

近些年,随着互联网/物联网、人工智能、区块链技术的快速发展,经济的数字化进程被加速。互联网和物联网能够让我们非常方便、快速、实时且低成本地搜集到海量数据。足够多的数据样本让人工智能技术大爆发,能够以非常低的成本去分析处理数据。区块链技术的不断发展,可以让我们用很低的成本去信任这些数据。区块链是一个分布式数据账本,由一系列数据区块按顺序链接而成,在没有中心化机构的环境下运行。所有参与者通过共识机制,对所有上链区块达成共识,实现了区块链的一致性、难篡改性、可追溯性等特点。

区块链的第一个成功应用——比特币^[36],创造性地使用工作量证明(Proof of Work, PoW)方案来确定下一个有效区块。节点,即矿工,需要贡献计算资源来竞争解决一个基于加密哈希函数的密码难题,从而赢得新区块的记账权。这些密码学的设计使分布式交易成为可能,为确保系统的安全性和活性,比特币设计了一系列规则来激励矿工参与并对账本的最新状态达成共识。例如,为了激励矿工参与出块,系统承诺给予成功生成新区块的矿工一些区块奖励;为了防止矿工生成空块、激励矿工处理更多的交易,区块中所含交易的交易费也会奖励给出块矿工;为激励矿工在分布式的情况下维护同一条链,系统规定只有最长链上的区块是有效的、相应的出块节点才会获得奖励。

通过引入经济激励,传统上需要依赖可信第三方执行的操作,现在可以借助共享的分布式账本,由系统中的利益相关者来合作实现。然而,同其他经济学场景一样,区块链生态系统中的参与者都是理性的,在系统规则的框架下,人们总是尝试各种策略行为来最大化自己的收益,这使得区块链系统中出现了各种各样的策略攻击行为,而博弈论自然成为分析区块链共识机制鲁棒性的有力工具。

自私挖矿可以说是区块链中最著名的博弈攻

击。2014年, Eyal等^[37]提出了区块链中最为著名的博弈攻击——自私挖矿策略, 该攻击背后的关键思想是诱使诚实矿工浪费算力, 使得自私矿池可以获得比其算力占比更多的收益。Eyal等^[37]证明了比特币的设计并不是激励相容的。Sapirshtein等^[38]将自私挖矿的思想推向了极致, 该工作扩展了自私挖矿的动作空间, 并将其建模为马尔可夫决策过程(Markov Decision Process, MDP), 提出一种新技术解决具有非线性目标函数的马尔可夫决策过程, 获得更强有力的自私挖矿策略。此后, 一系列工作在其他矿池会严格遵守区块链协议的假设下, 研究和探索了相关的挖矿策略及其变种^[39-42]。与之形成鲜明对比的是, 在已知存在矿池策略性挖矿的情况下, 其他矿池的理性反制却很少受到关注。因此, 我们不禁要问: 矿池能否从博弈视角策略性地抵御自私挖矿攻击? 包含多个理性矿池的生态系统最终会达到什么样的均衡?

2 拍卖领域中的均衡所面临的挑战

虽然二价拍卖机制和 VCG 拍卖机制均是激励相容的, 但它们并未考虑卖家的收益。因此, Myerson 从最大化卖家收益的角度, 为单物品拍卖设计了著名的 Myerson 最优拍卖机制^[23], 他本人也因这一开创性工作获得了 2007 年的诺贝尔经济学奖。Myerson 最优拍卖机制假设每位买家关于商品的估值 v_i 虽然是未知的, 但其所服从的概率分布 F_i 却为所有人所知。在 Myerson 最优拍卖机制中, 卖家向每位买家设置了关于物品的保留底价。若所有买家的报价低于保留底价时, 卖家宁愿保留物品, 也不愿将其出售。具体操作是, 卖家根据买家的报价 b_i , 计算其虚拟报价 $\phi_i(b_i) = b_i - \frac{1 - F_i(b_i)}{f_i(b_i)}$, 其中 $f_i(\cdot)$ 是概率分布 F_i 的密度函数。根据所有买家的虚拟报价, 卖家将商品分配给虚拟报价最高且报价大于 v_0 的买家, 同时要求其支付一个临界价格, 即使其赢得商品的最低报价。

Myerson 最优拍卖机制与二价格拍卖机制有一定的相似处, 即报价(或虚拟报价)最高者赢得商品, 支付费用是使其能获得商品的最低报价。这些相似处, 保证了 Myerson 最优拍卖机制满足激励相容性。但同时, Myerson 最优拍卖机制为卖家设置了保留底价, 这一设计可以保证卖家获得期望意义下的最优收益。

然而, Myerson 最优拍卖机制高度依赖于价值

先验概率分布 F_i , 而 F_i 在现实中一般很难获取。但是在当今数字化和信息化快速发展的时代中, 个人信息的收集、存储和共享变得更加普遍和便捷。即使在信息不完全的情况下, 个人的某些信息可以通过先进的数据处理技术得到推断。因此, 我们可以根据竞拍者过往的出价模式, 推断出竞拍者对拍品估值的概率分布, 使得 Myerson 最优拍卖机制具有可操作性。但是, 另一方面, 买家也了解到卖家的学习推断能力, 为了不让卖家获得准确的价值分布 F_i , 买家会策略性地改变其出价模式, 对其价值分布进行干扰, 改变机制的输出结果, 以期获得更高收益。Deng等^[43]将这种考虑参与者私有数据操控(Private Data Manipulation)行为的博弈, 称为 PDM 博弈, 并讨论了当有买家进行私有数据操控时, Myerson 最优拍卖机制的均衡结果。

2.1 私有数据操控对 Myerson 最优拍卖均衡结果的影响

正如前文所述, Myerson 最优拍卖机制假设卖家知晓所有买家关于商品价值的概率分布。卖家可以事先假设该分布来自某个特定的概率分布类型(例如, 在区间 $[0, a]$ 上的均匀分布)而买家也可以通过策略性改变出价方式来对其私有数据的操控, 从而获得更高收益。接下来, 我们将通过亚马逊弹性云计算资源市场实例(例 2.1)来说明 Myerson 最优拍卖机制关于买家的私有数据操控行为不是激励相容的。换句话说, 买家可以对其私有数据进行操控, 来改变最优拍卖机制的底价设置和分配方案, 以获得更高收益。

例 2.1 (肖涛^[44])假设在云计算资源市场中有两位买家反复竞标一个小时的虚拟机。两位买家的真实的价值先验分布为区间 $[0, 1]$ 上的均匀分布。我们考虑以下情况: 买家 1 的策略报价行为服从 $[0, a]$ 的均匀分布 ($0 \leq a < 1$), 买家 2 诚实报价。令 $F_i(\cdot)$ 和 $f_i(\cdot)$ 分别表示买家 i 的价值概率分布函数和密度函数, 其虚拟价值函数记为 $\phi_i(t) = t - \frac{1 - F_i(t)}{f_i(t)}$ 。同时令 $t_1 (= av_1)$ 以及 $t_2 (= v_2)$ 为他们真实价值为 v_1 和 v_2 时做出的报价。所以

$$\text{买家 1: } f_1(t_1) = \frac{1}{a}; F_1(t_1) = \frac{t_1}{a}; \phi_1(t_1) = 2t_1 - a;$$

$$\text{买家 2: } f_2(t_2) = 1; F_2(t_2) = t_2; \phi_2(t_2) = 2t_2 - 1.$$

由 Myerson 最优拍卖机制, 可以知道, 如果买家 1 要获得资源, 当且仅当 $\phi_1 > \max\{0, \phi_2\}$, 对应需要支付的费用为 $p_1 = \max\left\{\frac{a}{2}, t_2 - \frac{1-a}{2}\right\}$ 。记

$u_1(a)$ 为买家 1 在策略报价为 $[0, a]$ 均匀分布时的期望效用。因为买家 1 的真实价值为 $v_1 = \frac{t_1}{a}$, 则效用函数

$$u_1(a) = \int_a^{\frac{a}{2}} f_1(t_1) dt_1 \int_0^{\frac{1}{2}} \left(\frac{t_1}{a} - \frac{a}{2} \right) f_2(t_2) dt_2 + \int_a^{\frac{a}{2}} f_1(t_1) dt_1 \int_{\frac{1}{2}}^{t_1 + \frac{1-a}{2}} \left[\frac{t_1}{a} - \left(t_2 - \frac{1-a}{2} \right) \right] f_2(t_2) dt_2 = \frac{1}{48} (9 - a - 4a^2).$$

图 1 反映出随着参数 a 的变化, 效用函数 $u_1(a)$ 的变化情况, 其中横坐标表示参数 a 的取值, 纵坐标表示效用 u_1 的大小。不难看出, 当 $a=1$ 时, $u_1(1) = \frac{1}{12}$; 当 $a \rightarrow 0$ 时, $u_1(0) \rightarrow \frac{3}{16}$, 超真实报价时效用的 2 倍。由此说明, 买家完全有动机对其私有数据进行操控。

在 PDM 博弈中, 我们得不到参与者真实的价值概率分布 F , Myerson 最优拍卖机制只能利用买家策略报价下的分布 \hat{F} 进行资源物品与定价。Deng 等证明了 PDM 博弈场景下, Myerson 最优拍卖机制与广义第一价拍卖 (Generalized First Price, GFP) 等价。

定理 2.1 (Deng 等^[43]) 对于单参数拍卖以及 PDM 博弈场景, Myerson 最优拍卖机制和广义第一价格拍卖等价。

PDM 博弈场景还经常出现在被广泛研究的付费搜索引擎市场的广告位拍卖 (Sponsored Search Auction) 过程中。搜索引擎, 如百度、谷歌、Bing 等, 是信息检索在互联网时代最重要的创新之一, 其商业化模式——付费搜索广告市场^[32], 通过将网页上的广告位出售给用户, 搜索引擎公司获得巨大收益。但如何对海量的互联网广告位进行分配和定价, 却是经济学面临的重要挑战。在搜索引擎市场发展的

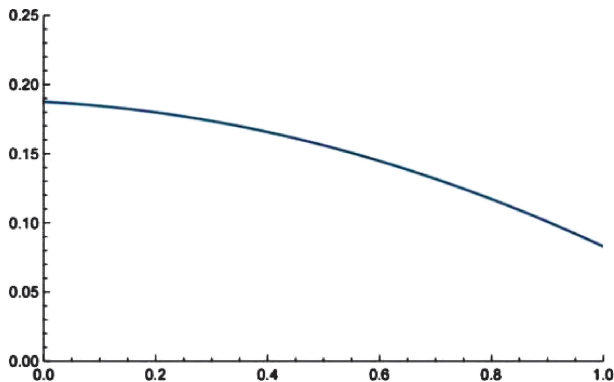


图 1 买家 1 的效用随参数 a 的变化趋势^[44]

不同的阶段, 多种分配及定价模型不断被提出并使用。根据 Jansen 等^[32] 的研究, goto.com (2001 年更名为 Overture, 2003 年被雅虎收购) 在 1998 年首先引入了广义第一价拍卖。之后, Overture 与谷歌将其更改为广义二价拍卖 (Generalized Second Price, GSP)^[19]。

虽然搜索引擎市场广告位拍卖是多物品拍卖, 但实质却属于单参数拍卖, 主要原因是因为每位买家关于不同广告位的价值与其单次点击率的估值有关 (Pay Per Click, PPC)。类似于 Edelman 等^[45] 将 Myerson 最优拍卖机制引入付费搜索引擎市场的工作, Deng 等^[46] 将付费搜索市场的广告拍卖视为重复拍卖, 在拍卖过程中, 卖家通过不断学习买家的私有数据的概率分布来追求最优收益。Deng 等^[46] 证明了最初的诚实且收益最大化的 Myerson 最优拍卖在价值分布偏移设置下不再是诚实的, 并且在某些条件下, Myerson 拍卖, GFP 拍卖, GSP 拍卖和 VCG 拍卖是等价的。

同时, Deng 等^[43] 针对单物品拍卖的 Myerson 最优拍卖, 还进一步考虑了其他单参数价值分布的情况, 包括幂律 (Power Law) 分布、均匀分布和指数分布。如果买家价值分布为幂律分布时, 其密度函数为 $f_i(t_i) = \beta_i t_i^{-\alpha_i}$ 。一般来说, 在诸多实际情况下, α_i 为一个在区间 $(2, 3)$ 上的常数, 比如工资分布, 城市大小分布, 以及复杂网络的关键参数^[47], 其处理方式是令所有的 $\alpha_i = \alpha$, 于是策略空间中, 只有 β_i 是买家可以选择的策略报价参数, 并记买家 i 的策略空间为 $S_i(\beta)$ 。

定理 2.2 (Deng 等^[43]) Myerson 最优拍卖机制在买家 $i \in N$ 的报价来自幂律分布策略空间 $S_i(\beta)$ 时, 等价于第二价格拍卖。

对于买家的价值分布服从均匀分布的情况, Deng 等^[43] 假设所有买家的真实价值分布为独立同分布, 重点研究了 Myerson 最优拍卖的对称纳什均衡。所谓对称纳什均衡是指, 所有买家策略相同, 且无人单方面改变自己策略的策略组合。通过归一化处理, 作者主要考虑了价值分布为 $[0, 1]$ 的均匀分布。

定理 2.3 (Deng 等^[43]) 当采用 Myerson 最优拍卖机制时, 如果所有买家的真实价值分布为 $[0, 1]$ 区间上的均匀分布, 且允许谎报为 $[a_i, 1]$ 上的均匀分布, 则仅有唯一的对称纳什均衡, 即对所有 i , $a_i = 0$ 。

以上结论说明, Myerson 最优拍卖机制关于谎

报区间下界 a_i 策略是激励相容的。但很遗憾,关于谎报区间上界 b_i , Myerson 最优拍卖机制却不是激励相容的,但存在唯一的对称纳什均衡。

定理 2.4 (Deng 等^[43])当采用 Myerson 最优拍卖机制时,如果所有买家的真实价值分布为 $[0, 1]$ 区间上的均匀分布,且允许谎报为 $[0, b_i]$ 上的均匀分布,则唯一的对称纳什均衡为:对所有 i ,

$$b_i = \frac{(n-1)(n2^n - 2^n + 1)}{n^2 2^n - n2^n + 2^{n+1} - 2}$$

对于买家价值服从指数分布,即密度函数为 $f_i(t) = \lambda e^{-\lambda t}$,我们令 $S_i(\lambda_i)$ 为买家 i 的报价策略空间,即对应参数为 λ_i 的指数分布。Deng 等^[43] 假设买家 i 的真实价值的概率分布独立同分布,针对对称纳什均衡,给出如下性质刻画。

定理 2.5 (Deng 等^[43])如果每个买家 i 的真实价值分布是参数为 λ 的指数分布,且策略空间为 $S_i(\lambda_i)$,则在 Myerson 最优拍卖下,其唯一对称纳什均衡所对应的参数 λ_i 将会随着买家人数 n 增加而单调递减,且大于 λ 。

关于在私有数据操控模型下,传统收益最优拍卖机制运行时买家的博弈均衡研究,已在现实场景中涌现出众多案例,多家互联网企业的拍卖场景(如头条TM等)与之类似。然而,实际场景因其错综复杂的特性,与本文所描述的情景仍存在一定距离,因此仍有许多富有挑战性的研究问题需要解决。

2.2 基于机器学习的多物品场景下最优拍卖机制设计

尽管 Myerson 拍卖给出了单物品利润最优拍卖的解析解,但是多物品拍卖的最优解仍然是一个开放性问题。面对求解多物品拍卖的最优解的困

难,近年来,研究人员开始尝试使用机器学习方法寻找最优拍卖的近似解^[24, 48, 49]。总体来说,这一套方法论分为三个步骤:第一步是将最优拍卖设计问题抽象为一个带限制优化问题;第二步是用包括神经网络在内的模型来构建参数化的机制;第三步是基于采样得到的训练数据,使用标准的机器学习优化方法更新机制模型,以寻找近似最优解。

具体来说,在第一步的过程中,Duan 等^[48]将带限制优化问题表述成如下形式:

$$\max_{\text{拍卖机制}} E_v \left(\sum_{i=1}^n p_i(b) \right),$$

s. t. 机制满足 DSIC 和 IR

其中优化的自变量为拍卖机制,定义域为事先给定的机制集合。目前主要考虑两类限制条件:第一个限制条件 DSIC (Dominant Strategy Incentive Compatibility) 为占优策略激励相容;第二个限制条件 IR (Individual Rationality) 为个体理性,即每个买家诚实报价一定能得到非负的买家效用。

在第二步中,Duan 等^[48]通过参数化的函数来表示拍卖机制。在前人的工作中,Sandholm 等^[49]人使用仿射最大化拍卖 (Affine Maximizer Auctions, AMA) 来表示拍卖机制,这是 VCG 拍卖机制的拓展形式,其参数空间为每个买家的权重和每个分配方案的增强变量。Dütting^[24]等第一个提出使用神经网络来表示多物品拍卖机制,该模型称为 RegretNet。随后,Duan 等^[48]进一步将 RegretNet 及其方法论拓展到了上下文拍卖,并设计了上下文集成的、基于 Transformer 的 CITransNet 网络(见图 2)。在上下文拍卖中,买家和商品都具备自己的上下文信息(即辅助信息,或者特征),并且买家对商

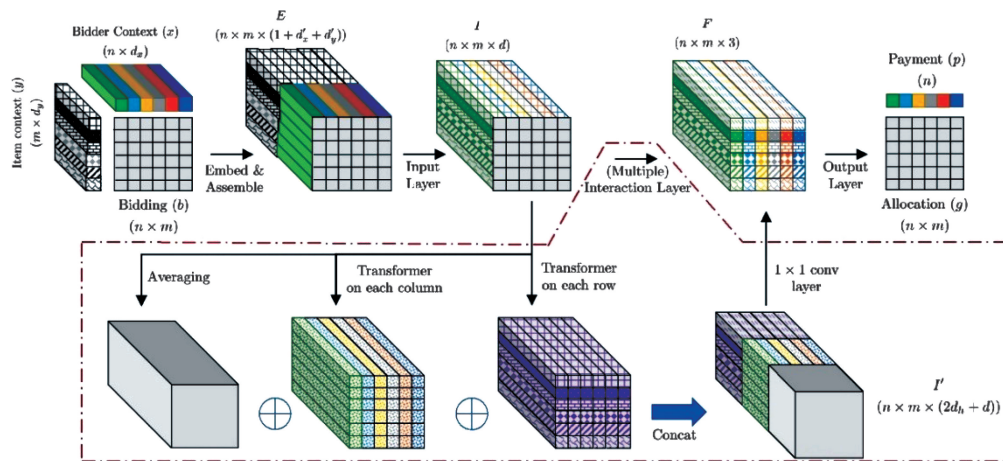


图 2 CITransNet 的网络结构^[48] (CITransNet 以买家商品上下文与卖家出价矩阵作为输入,通过多个 Transformer 和多个卷积神经网络等处理输入信息,输出拍卖结果:商品分配结果与买家支付结果。)

品的估值分布同时依赖于双方的上下文信息。相比传统贝叶斯拍卖,这是一个更加贴近实际的问题场景。CITransNet 使用 Transformer 来对不同买家与商品之间的互相影响进行建模,该模型具有一些良好性质,如满足排列等价性,并且网络规模与输入规模无关。

CITransNet 的神经网络模型由三个部分组成。第一部分为输入层(Input Layer),其目的是预处理所有的上下文。输入层首先将出价、买家上下文、商品上下文组合成一个三维矩阵,三个维度分别代表买家数量、商品数量和预处理后的上下文维度。随后,输入层使用两层的卷积神经网络压缩第三个维度。

CITransNet 的第二个部分为多个交互层(Interaction Layer),每个交互层将输入的三维矩阵进行三个不同的操作。第一个操作是平均操作,建模所有买家商品之间的互相影响;第二个操作是对该三维矩阵的每一行,用同一个 Transformer 进行重新编码,以建模每个买家视角下所有商品之间的相互影响;第三个操作是对该三维矩阵的每一列,用同一个 Transformer 进行重新编码,以建模每个商品视角下所有买家之间的相互影响。随后,交互层依然使用两层的卷积神经网络对第三维度进行压缩。特别地,我们会让最后一个交互层所输出的三维矩阵的第三个维度是 3,也就是说最后一个交互层输出三个二维矩阵。

CITransNet 最后一部分是输出层,输出层基于上述过程得到的三个二维矩阵,计算最后的拍卖分配结果与支付结果。值得注意的是,最后的支付结果一定不会超过买家对分配到的商品报价之和。通过此设计,模型得到的拍卖机制可以保障个体理性 IR 条件。

基于机器学习的拍卖机制第三步需要根据第二步设计的拍卖机制模型决定具体的优化方法。在前人的工作中,由于 AMA 机制天生满足 DSIC 和 IR 条件,因此基于 AMA 机制的算法可以直接以负的拍卖者利润作为损失函数。Duan 等^[48]的 CITransNet,其优化方法类似 RegretNet,通过机制网络结构的设计来保障个人理性条件;激励相容条件通过后验后悔值来刻画机制违背 DSIC 条件的程度,并通过对抗训练的方式,将损失函数设计为负的拍卖者利润加上后悔值,以实现在降低后悔值的同时优化利润。

实验方面,CITransNet 通过大量模拟实验结果

表明,其能在单物品拍卖上逼近 Myerson 拍卖的最优解,在多物品拍卖上可以达到比现有基线模型更好的拍卖者利润,同时达到很低的后验后悔值。

CITransNet 的工作也对后续的研究带来了启发。Duan 等^[50]将 CITransNet 的网络模型结构与 AMA 的方法结合,提出了新的多物品拍卖自动机制设计模型 AMenuNet。AMenuNet 使用类似的模型,基于用户与商品的表示推导出 AMA 的参数,并使用 AMA 的规则计算拍卖分配与支付结果。AMenuNet 通过 AMA 拍卖的性质,在机制构造上保障了激励相容和个人理性条件,所以简化了模型的训练过程,只需要以负的拍卖者利润作为损失函数。

基于机器学习的拍卖机制设计方法目前主要面临的关键问题是可拓展性。具体而言,现有多物品拍卖仅局限于小规模拍卖,适用于买家和商品数量较少的情形(不超过 10 个)。如何将这一方法扩展至更大规模的拍卖,尤其是涉及工业级大规模买家数量的拍卖,是该方法的重要挑战之一。此外,目前基于机器学习的拍卖机制设计工作主要专注于单轮拍卖场景。而现实中,预算限制的买家更常面临多轮拍卖场景。因此,将该方法扩展至多轮场景也是一个重要的发展方向。

3 市场均衡所面临的挑战

Adsul 等^[51]最先讨论了参与者的“自私”行为对市场均衡机制影响,他们发现在费舍尔市场中,参与者谎报效用函数,可以改变市场均衡机制结果,并正式给出费舍尔市场博弈的定义,指出若市场均衡机制是可信机制,当且仅当所有买家拥有相同的效用函数。换句话说,当买家的线性效用函数不一致时,则买家可通过策略性谎报私有信息以获得更高效用。买家的这种策略性谎报行为将会给市场的稳定性带来极大威胁。为了量化买家谎报动机,Chen 等^[52]首次引入激励比(Incentive Ratio)概念,即策略行为带来的最大效用与汇报真实效用函数时的效用之比,来对买家的策略行为进行激励分析。

与费舍尔市场具有同等重要地位的另一类经济模型是交换经济市场。但与费舍尔市场不同的是,交换经济市场中的参与者同时拥有资源“提供者”和“需求者”的双重身份;他们将自己手中的资源出售给他人,并用售出所得收入从他人购买自己所需的资源。近年来,随着互联网技术的迅猛发展,包括网络带宽、计算能力、云存储在内的信息、服务

等资源,在对等网络中得以广泛交换与共享。参与者在网络中可以将自己闲置的资源直接贡献给网络邻居,并从邻居贡献出的资源获得效用,创造更多社会价值,实现基于互联网的资源的共享。因此,有学者从经济学的角度出发,将资源共享问题模型化为交换经济市场,并运用市场均衡机制来对参与者拥有的资源进行高效、公平分配。

Wu 等^[9]针对对等网络上的带宽共享问题,提出“比例反应动态”过程,并证明该动态过程最终收敛至纯交换经济的一个市场均衡。特别地,当效用函数是线性时,Wu 等^[9]通过对网络 G 的“瓶颈分解”(Bottleneck Decomposition),设计算法得到一组资源分配方案。作者不仅证明了该分配方案恰好是比例反应动态过程最终收敛的稳定点,更是证明了该分配方案是市场均衡分配。Cheng 等^[53]受到费舍尔市场博弈问题的启发,将参与者的“自私”性引入对等网络上的资源共享问题中,研究了线性效用函数下的对等网络上资源共享博弈问题;并从机制设计的角度出发,以市场均衡作为资源分配机制,对参与者的策略行为进行激励分析。

本节以费舍尔市场和交换经济市场为背景,重新审视参与者的策略性行为对费舍尔市场和交换经济市场的市场均衡带来的影响。

3.1 费舍尔市场中市场均衡机制的激励分析

费舍尔市场是由经济学家 Fisher^[54]提出的一类经济模型,其中有 m 种商品亟待出售,每种商品的供给量被标准化为 1;市场中有 n 位买家希望购买商品,每位买家拥有的资金预算为 e_i ,并且其效用函数 $u_i: [0, 1]^m \rightarrow R$ 。Fisher 针对具有可加性、单调性以及凹的效用函数,设计机制求解费舍尔市场中的商品定价及分配^[54]。之后,Brainard 等^[55]具体描述了 Fisher 关于计算均衡解的机制,给出模拟结果,阐述该机制求解均衡定价及分配的有效性。此外,如果假设任意买家 i 获得 1 单位商品 j 的效用为 a_{ij} ,并且获得商品分配 $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$ ($x_{ij} \in [0, 1]$ 表示买家 i 获得商品 j 的数量)后,所得效用为 $u_i = \sum_{j=1}^m a_{ij}x_{ij}$,则称这样的市场为线性费舍尔市场。线性费舍尔市场的市场均衡可以在多项式时间内求解^[29, 33]。在考虑买家“自私性”的费舍尔市场博弈中,Chen 等^[52]提出激励比,对买家策略性行为进行激励分析,来刻画买家通过策略性谎报效用函数所带来的效用增加程度。

定理 3.1 (Chen 等^[56])线性费舍尔市场中市

场均衡机制的激励比为 2。

Chen 等^[56]通过证明买家任意谎报策略带来的效用不超过真实汇报时的效用两倍,得出线性费舍尔市场中市场均衡机制激励比的上界为 2;同时通过构造一个激励比趋近于 2 的实例(例 3.1),说明激励比的下界为 $2 - \epsilon$ ($\epsilon > 0$),由此严格证明了定理 3.1。

例 3.1 (Chen 等^[56])考虑一个线性费舍尔市场,其中有 3 种商品,2 位买家,每位买家的效用函数为:

$$u_1 = \frac{1 + \epsilon}{2 - 2\epsilon^2 - \epsilon^3}x_{11} + \frac{1 - \epsilon - 2\epsilon^2 - \epsilon^3}{2 - 2\epsilon^2 - \epsilon^3}x_{12};$$

$$u_2 = \epsilon^2x_{21} + \epsilon x_{22} + (1 - \epsilon - \epsilon^2)x_{23}.$$

每位买家的资金预算为: $e_1 = \epsilon + \epsilon^2$; $e_2 = 1 - \epsilon - \epsilon^2$ 。

(1) 若两位买家均诚实汇报其效用函数,则市场均衡下的商品均衡价格为:

$$p_1^* = \epsilon + \epsilon^2; p_2^* = \frac{\epsilon(1 - \epsilon - \epsilon^2)}{1 - \epsilon^2};$$

$$p_3^* = \frac{(1 - \epsilon - \epsilon^2)^2}{1 - \epsilon^2};$$

商品的均衡分配为: $\mathbf{x}_1 = (1, 0, 0)$; $\mathbf{x}_2 = (0, 1, 1)$ 。在此市场均衡下,买家 1 的效用为 $u_1 = \frac{1 + \epsilon}{2 - 2\epsilon^2 - \epsilon^3}$ 。

(2) 若买家 1 谎报其效用函数为 u'_1 ,而买家 2 的效用函数保持不变,

$$u'_1 = \epsilon^2x_{11} + \epsilon x_{12} + (1 - \epsilon - \epsilon^2)x_{13},$$

则市场均衡价格将变为: $p'_1 = \epsilon^2$; $p'_2 = \epsilon$; $p'_3 = 1 - \epsilon - \epsilon^2$;商品的均衡分配也相应地变为: $\mathbf{x}'_1 = (1, 1, 0)$; $\mathbf{x}'_2 = (0, 0, 1)$ 。此时,买家 1 谎报后获得的效用为 $u'_1 = 1$ 。不难看出,

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{u'_1}{u_1} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{2 - 2\epsilon^2 - \epsilon^3}{1 + \epsilon} = 2.$$

之后,Chen 等^[57]进一步讨论常弹性替代效用函数条件下费舍尔市场均衡机制的激励比。所谓常弹性替代效用函数^[58],是指给定关于买家 i 的参数向量 $\mathbf{a}_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{im}) \geq 0$,其中 $a_{ij} > 0$ 表示买家 i 喜欢商品 j ;买家 i 的效用函数为 $u_i = (\sum_{j=1}^m a_{ij}x_{ij}^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$,其中 $-\infty < \rho < 1$ 且 $\rho \neq 0$ 。当常弹性替代效用函数中的参数 ρ 趋近于 0 或 $-\infty$ 时,可以得到 Cobb-Douglas 效用函数和 Leontief 效用函数。

• Cobb-Douglas 效用函数 (当 $\rho \rightarrow 0$)^[59]: $u_i = \sum_{j=1}^m x_{ij}^{a_{ij}}$ 。

• Leontief 效用函数 (当 $\rho \rightarrow -\infty$)^[60]: $u_i = \min_j \left\{ \frac{x_{ij}}{a_{ij}} \right\}$, 其中 $a_{ij} > 0$ 。

• 总替代 (Gross Substitute) 效用函数。

定理 3.2 (Chen 等^[57]) 在费舍尔市场中,

(1) 若所有买家的效用函数是总替代效用函数, 则市场均衡机制的激励比为 2;

(2) 若所有买家的效用函数是 Leontief 效用函数, 则市场均衡机制的激励比为 2;

(3) 若所有买家的效用函数是 Cobb-Douglas 效用函数, 则市场均衡机制的激励比为 $e^{1/e} \approx 1.445$ 。

由定理 3.1 和 3.2, 可以知道, 尽管在费舍尔市场中, 买家真实汇报自己的私有信息不是占优策略, 但较小的激励比 (2 和 1.445) 可以削弱买家谎报效用函数的动机, 较好地维护了系统的稳定。主要原因有二: 一是, 激励比是定义在最坏情况下的结果, 只有在极端情况下才会发生。我们通过数值实验可以发现, 这种达到激励比的极端情况发生的可能性很小。换句话说, 在大部分情况下, 买家谎报效用函数带来的效用增加倍数远小于 2 或 1.445。二是, 分析计算所得激励比是基于买家获得其他买家效用函数和预算的完整信息, 并且有强大的计算能力以确定操纵市场均衡机制的最佳策略之上。然而, 在实际中, 买家没有强大的计算能力, 他们也很难获得完整的市场信息。因此, 想达到激励比的最大效用增量, 对于有限理性的买家来说是极其困难的。

Branzei 等^[61] 从另一角度, 利用无政府代价 (Price of Anarchy, POA)^[13] 概念来刻画买家的策略行为给市场效率带来的损失, 作者首先针对费舍尔市场博弈中买家的三类效用函数, 即线性效用函数、Cobb-Douglas 效用函数和 Leontief 效用函数, 严格证明了纳什均衡的存在性; 并进一步指出纳什均衡带来的社会福利不及最优社会福利的 $1/\sqrt{n}$ 或 $1/n$ 。这一结果说明了纳什均衡结果与最优结果相差甚远, 严格刻画了个人优化与社会优化之间的矛盾。

3.2 对等网络上资源共享均衡的激励分析

对等网络是一种新型的网络技术, 网络中的节

点可以通过链接直接与其他节点进行数据交换, 而无需中心服务器。通常, 对等网络可以被模型化为一个赋权无向图 $G = (V, E; \omega)$, 每个节点由一个参与者控制, 权重 ω_i 表示节点 i 的资源量。在资源共享问题中, 分配机制将根据网络结构、节点权重及参与者的效用函数, 输出资源分配结果 $X = (x_{ij})$, 其中 x_{ij} 表示节点 i 分配给邻点 j 的资源量。对于节点 i 而言, 其效用来自他与每个邻点之间的资源共享。

Cheng 等^[53] 以“瓶颈分解”^[9] 得到的资源分配方式为资源分配机制, 重点讨论参与者的不同策略行为对机制结果的影响。由于“瓶颈分解”依赖于网络结构和节点权重, 因此 Cheng 等^[62-64] 最先研究了参与者谎报权重 (Weight Cheating Strategy) 和其他参与者连接关系 (Edge Deleting Strategy) 的两类策略行为, 并严格证明了参与者无法通过以上两类行为来提高自己的效用。换句话说, 市场均衡机制谎报权重和连接关系两种策略行为是激励相容的。目前互联网上数字资源共享, 如 BitTorrent、OpenGarden 等, 大都采用比例分配机制, 具有较高的高效性, 但能否抵御用户策略行为的诚实性却鲜少得到说明。以上关于市场均衡机制的激励相容结果, 从理论上确保了所有参与者遵守规则, 保证了互联网市场的公平竞争和有效运转, 具有重要的理论意义。

之后, Chen 等^[64] 研究了对等网络中常见的一种黑客攻击行为——女巫攻击 (Sybil Attack) 行为^[65] 对资源共享的影响。简单说来, 女巫攻击就是指一些恶意的黑客制造出不同的网络节点, 这些节点看上去对应不同身份的人, 实则是由同一人在幕后操纵不同身份。例 3.2 给出实例说明, 参与者可以通过采取“女巫攻击”使自己获得更高效用。

例 3.2 (Chen 等^[64]) 考虑一条拥有 5 个节点的路径 (见图 3(a)), 其中所有节点的权重为 $\omega_1 = \omega_3 = \frac{M}{4}, \omega_2 = M, \omega_4 = 2$ 和 $\omega_5 = 1$, 其中 $M > 0$ 。当所有参与者诚实操作时, 市场均衡下的资源分配如图 3(b) 所示。可以看出, 在市场均衡机制运作下, 节点 v_4 只能从 v_5 处获得效用为 $u_4 = 1$ 。



图 3 诚实行为后的资源均衡分配^[64]

此时, v_4 希望也能从 v_3 处获得资源, 便进行“女巫攻击”, 拆分出节点 v_4^l 和 v_4^r , 并分别赋予权重 $2-\epsilon$ 和 ϵ (见图 4(a))。在市场均衡机制运作下, 节

点 v_4^l 能从 v_3 处获得资源 $u_4^l = \frac{M}{2}(2-\epsilon) \rightarrow 1 (M \rightarrow \infty)$, 从 v_5 处获得资源 $u_4^r = 1$, 最终效用趋近于 $u_4^l = 2$ 。可以看出, v_4 获得了 2 倍的效用增加(见图 4(b))。

例 3.2 的结果表明, 参与者可以通过“女巫攻击”使自己获得诚实行为效用的 2 倍, 说明交换经济中市场均衡机制的激励比至少为 2。Chen 等^[64]利用树图的无圈性质, 进一步证明了当网络结构是树图时, 市场均衡机制的激励比上界也为 2。此外, Chen 等^[66]利用完全图的完全连接性质, 将激励比改进至 $\sqrt{2}$ 。以上两类特殊网络上的结果, 让我们猜测市场均衡的激励比将随着网络连通性的增强而降低, 这也促使我们进一步研究一般网络上市场均衡机制的激励比。近期, Cheng 等^[67]证明了在一般网络上, 市场均衡机制的激励比严格等于 2。

定理 3.3 (Cheng 等^[67])在对等网络上的资源共享博弈中, 市场均衡机制关于“女巫攻击”行为的激励比严格等于 2。

Polak^[68]证明了在一般交换经济市场中, 以市场均衡作为分配机制, 用户谎报效用函数会增加效用且增加量可以无限大。但是, 我们以上的一系列结果说明在对等网络的资源共享这一特殊的交换市场中, 市场均衡可以实现机制的激励相容或有限激励比, 极大改进了一般交换市场情况下的结果。

4 区块链经济系统中均衡所面临的挑战

Eyal 等^[37]在 2014 年提出了自私挖矿策略并给出了完整分析。正常情况下, 当节点挖出一个合法区块时, 会立即广播全网使其尽快被认可。然而, 自私挖矿策略巧妙利用了比特币协议的冲突解决规则(即当出现分叉时, 只有更长的子链会被认为是有效

的)。攻击者通过策略性地隐藏区块、故意制造分叉并诱使诚实矿工在进度落后的子链上浪费算力, 提高了其所持算力占比、从而获得更多收益。

Zhang 等^[69]从认知层级的角度重新审视自私挖矿攻击, 提出了一个称为远见挖矿 (Insightful Mining) 的应对策略。该策略可以用“螳螂捕蝉, 黄雀在后”来概括, 其关键想法是, 策略玩家可以通过在自私矿池中安插卧底来获取其隐藏块的数量。基于此, 远见矿池对整个系统的状态有一个清晰的了解, 可以清楚地知道其他矿池的挖矿进度, 进而做出策略性地反应。具体来说, 当系统中的玩家对当前全局最长链达成共识、开始新一轮挖矿竞争时, 会出现以下三种情况。

情况一: 诚实矿池生成了第一个区块。在这种情况下, 远见矿池会立即接受这个新区块并且在它后面继续挖矿。

情况二: 自私矿池生成了第一个区块(并将其隐藏)。远见矿池通过卧底矿工观察到这一行为后, 坚定地跟在诚实子链后挖矿, 直到自私矿池释放出所有隐藏的区块。

情况三: 远见矿池生成了第一个区块。此时, 远见矿池会隐藏这个区块并密切关注诚实子链和自私子链上的区块数量, 在接下来的竞争中, 如果远见矿池的领先优势大于 1, 则一直隐藏新挖出的区块; 否则, 一次性释放出其隐藏的远见子链。

上述三种情况完整描述了远见挖矿策略。值得一提的是, 即使系统中没有玩家发起自私挖矿攻击, 远见挖矿依然可以作为一个独立的挖矿策略被使用。可以发现, 整个区块链系统中使用不同策略的参与者拥有的信息是不对称的。每个矿池都可以用其策略性思考的深度来刻画, 而这些思考深度构成了一个迭代的理性层级。

层级零: 诚实矿池作为层级零的参与者, 诚实地遵循协议并且拥有的信息只有公开的诚实子链的长度。

层级一: 自私矿池作为层级一的参与者, 认为其他的参与者均为层级零玩家。它采用自私挖矿策

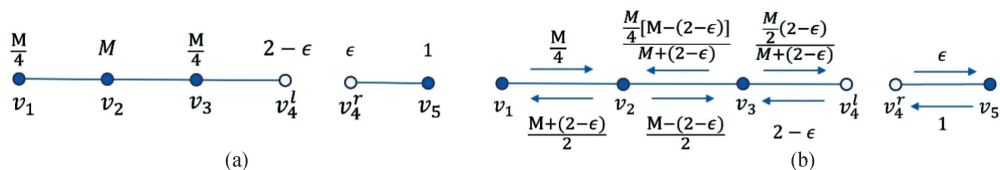


图 4 “女巫攻击”后的资源均衡分配^[64]

略,藏有自私子链,拥有的信息包括诚实子链长度和自私子链的长度。

层级二:远见矿池是更为复杂的层级二参与者,它清楚地知道系统中还同时存在层级零和层级一的玩家。得益于安插的卧底,它可以知道系统中所有的信息(即诚实子链、自私子链和远见子链的长度)并且采用远见挖矿策略。

为了分析不同参与者的相对收益,Zhang 等^[69]利用一个二维向量来表示系统的状态,并且进一步将挖矿建模成一个马尔可夫奖励过程(Markov Reward Process)。图 5 展示了系统的状态转移图。

定理 4.1 (Zhang 等^[69])对于一个包含 n 个玩家的挖矿博弈,令 m_i 为第 i 个矿池的算力占比(不失一般性,假设 $m_1 \geq m_2 \geq \dots \geq m_n$),则一定存在纯策略纳什均衡。特别地,当 $m_1 \leq 1/3$ 时,“所有人都选择诚实挖矿”是一个纳什均衡;无论算力如何分布,均衡状态下最多只有两个矿池采取“远见挖矿策略”。

总体说来,Zhang 等^[69]针对区块链中经典的自私挖矿攻击,提出了一个称为远见挖矿的应对策略,并进一步给出了挖矿竞争下的系统均衡。该工作首次将安插卧底的想法引入到自私挖矿攻击中,极大地扩展了矿池对抗自私挖矿攻击的策略空间,具有一定的实际意义。值得一提的是,远见挖矿策略在设计时只使用了自私矿池隐藏区块的数量,而没有用到其他信息。未来,基于安插卧底的想法探索其

他应对自私挖矿的策略是很有意义的研究方向。此外,将安插卧底的行为拓展到区块链的其他场景也是非常值得探讨的思路。

5 总结与展望

传统经济学博弈论是在一系列基本假设的基础上进行深入研究,其中包括个体理性、充分竞争以及不同形式的共同知识等假设。在应对非完全信息因素方面,经济学家们则通过巧妙的数学技术成功地克服了众多困难,形成了一系列包括贝叶斯分析方法在内的系统性解决方案。如今,算法博弈论将计算因素与有限理性巧妙地结合,为数字经济环境下各类复杂博弈场景,提供了一个统一而简洁的方法框架,为经济学和博弈论的研究与实际应用带来新的视角和工具。

本文回顾了数字经济中不同情境下涌现的各种经济均衡的新概念,讨论了参与者的策略行为对各类均衡所带来的挑战与影响,运用算法博弈论对策略行为进行激励分析,刻画博弈过程中参与者之间的合作与竞争关系,评估策略行为对系统均衡的影响。这些理论分析的涌现与我国数字经济的蓬勃发展密切相关。值得特别强调的是,其中许多研究紧密结合我国经济前沿的发展需求,得到国家自然科学基金委员会、科技部以及科技企业等多方合作支持,成果丰硕且具有原创性。我们期待这些领域的进展能够得到科技界和产业界更广泛的认可与推崇。

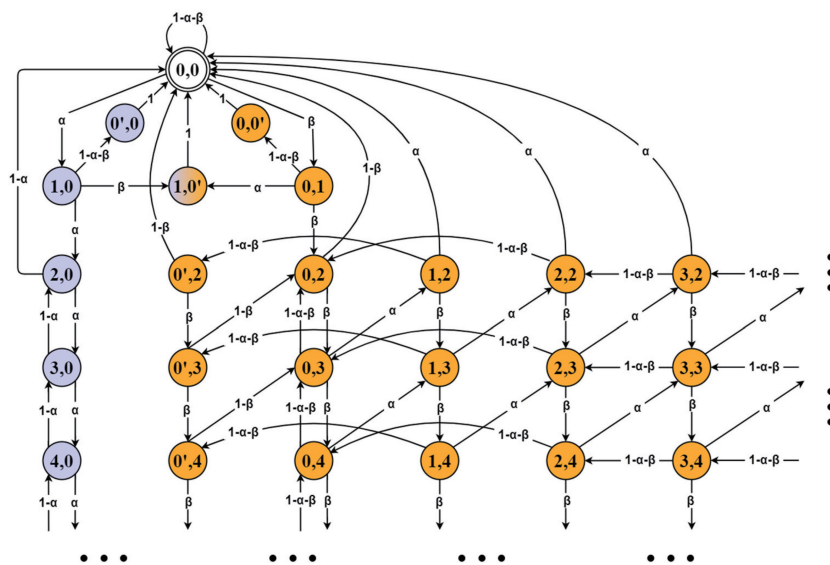


图 5 远见挖矿策略下系统的马尔可夫过程^[69]

参 考 文 献

- [1] 王滔, 颜波. 博弈视角下的在线渠道决策研究. 管理科学学报, 2017, 20(6): 64—77.
- [2] 李斌. 基于社交网络的拍卖机制设计理论研究. 成都: 电子科技大学, 2021.
- [3] 王书贝. 社交网络下众包拍卖机制的设计. 成都: 电子科技大学, 2022.
- [4] 徐琪, 吴翠, 陈敏. 共享平台下供应链闲置资源动态优化配置策略. 运筹与管理, 2021, 30(9): 86—92.
- [5] 李三希. 我国数字经济发展优势在哪 数字技术突破和融合发展的赋能成效正在快速呈现. 财经界, 2022, 1: 34—35.
- [6] Goldberg AV, Hartline JD, Wright A. Competitive auctions and digital goods// Proceedings of the twelfth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms. New York: ACM, 2001: 735—744.
- [7] 卢玉, 王静宇, 刘立新, 等. 拍卖机制驱动的数据激励共享方案. 计算机科学与探索, 2023, doi: 11.5602.TP.20231114.1108.002.
- [8] Kwon O. Multi-agent system approach to context-aware coordinated web services under general market mechanism. Decision Support Systems, 2006, 41(2): 380—399.
- [9] Wu F, Zhang L. Proportional response dynamics leads to market equilibrium// Proceedings of the thirty-ninth annual ACM symposium on Theory of computing. New York: ACM, 2007: 354—363.
- [10] Wolski R, Plank JS, Brevik J, et al. Analyzing market-based resource allocation strategies for the computational grid. The International Journal of High Performance Computing Applications, 2001, 15(3): 258—281.
- [11] Teng F, Magoules F. Resource pricing and equilibrium allocation policy in cloud computing// Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Computer and Information Technology. New York: IEEE, 2010: 195—202.
- [12] Marbach P, Berry R. Downlink resource allocation and pricing for wireless networks// Proceedings of the Twenty-First Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. New York: IEEE, 2002: 1470—1479.
- [13] Nisan N, Roughgarden T, Tardos E, et al. Algorithmic game theory. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
- [14] 杨晓光, 李三希, 曹志刚, 等. 数字经济博弈论基础. 管理科学, 2022, 35(1): 50—54.
- [15] Deniniger K, Ali DA, Neyter R. Impacts of transparent online auctions on public land lease revenue. (2022-12-21)/ [2023-08-01]. <https://elibrary.worldbank.org/doi/abs/10.1596/1813-9450-10201>.
- [16] Ashenfelter O, Graddy K. Auctions and the price of art. Journal of Economic Literature, 2003, 41(3): 763—786.
- [17] Wu F, Vaidya N. Small: a strategy-proof mechanism for radio spectrum allocation// Proceedings of the 2011 International Conference on Computer Communications. New York: IEEE, 2011: 81—85.
- [18] Aggarwal G, Goel A, Motwani R. Truthful auctions for pricing search keywords// Proceedings of the 7th ACM conference on Electronic Commerce. New York: ACM, 2006: 1—7.
- [19] Edelman B, Ostrovsky M, Schwarz M. Internet advertising and the generalized second-price auction: selling billions of dollars worth of keywords. American Economic Review, 2007, 97(1): 242—259.
- [20] Vickrey W. Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders. The Journal of Finance, 1961, 16(1): 8—37.
- [21] Clarke EH. Multipart pricing of public goods. Public Choice, 1971, 11(1): 17—33.
- [22] Groves T. Incentives in teams. Econometrica, 1973, 41(4): 617—631.
- [23] Myerson RB. Optimal auction design. Mathematics of Operations Research, 1981, 6(1): 58—73.
- [24] Dütting P, Feng Z, Narasimhan H, et al. Optimal auctions through deep learning: advances in differentiable economics. Journal of the ACM, 2023, doi: 10.1145/3630749.
- [25] Smith A. An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations. Readings in economic sociology, 2002: 6—17.
- [26] Walras L. Elements of pure economics. London: Routledge, 2013.
- [27] Arrow KJ, Debreu G. Existence of an equilibrium for a competitive economy. Econometrica, 1954, 22(3): 265—290.
- [28] McKenzie L. On equilibrium in graham's model of world trade and other competitive systems. Econometrica, 1954, 22(2): 147—161.
- [29] Devanur NR, Kannan R. Market equilibria in polynomial time for fixed number of goods or agents// Proceedings of the 49th Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science. New York: IEEE, 2008: 45—53.
- [30] Eisenberg E, Gale D. Consensus of subjective probabilities: the pari-mutuel method. The Annals of Mathematical Statistics, 1959, 30(1): 165—168.
- [31] Hurwicz L. On the concept and possibility of informational decentralization. The American Economic Review, 1969, 59(2): 513—524.

- [32] Jansen BJ, Mullen T. Sponsored search: an overview of the concept, history, and technology. *International Journal of Electronic Business*, 2008, 6(2): 114—131.
- [33] Orlin JB. Improved algorithms for computing fisher's market clearing prices: computing fisher's market clearing prices// *Proceedings of the forty-second ACM Symposium on Theory of computing*. New York: ACM, 2010: 291—300.
- [34] Roberts DJ, Postlewaite A. The incentives for price-taking behavior in large exchange economies. *Econometrica*, 1976, 44(1): 115—127.
- [35] Simon HA. A behavioral model of rational choice. *The Quarterly Journal of Economics*, 1955, 69(1): 99—118.
- [36] Nakamoto S. Bitcoin: A peer-to-peer electronic cash system. (2008-11-01)/[2023-08-01]. <https://bitcoin.org/bitcoin.pdf>.
- [37] Eyal I, Sircer EG. Majority is not enough: bitcoin mining is vulnerable// *International Conference on Financial Cryptography and Data Security*. Berlin: Springer, 2014: 436—454.
- [38] Sapirshtein A, Sompolinsky Y, Zohar A. Optimal selfish mining strategies in bitcoin// *International Conference on Financial Cryptography and Data Security*. Berlin: Springer, 2017: 515—532.
- [39] Feng C, Niu JY. Selfish mining in Ethereum// *Proceedings of the 39th International Conference on Distributed Computing Systems*. New York: IEEE, 2019: 1306—1316.
- [40] Li QL, Chang YX, Wu XL, et al. A new theoretical framework of pyramid Markov processes for blockchain selfish mining. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 2021, 30(6): 667—711.
- [41] Nayak K, Kumar S, Miller A, et al. Stubborn mining: generalizing selfish mining and combining with an eclipse attack// *Proceedings of the 2016 IEEE European Symposium on Security and Privacy*. New York: IEEE, 2016: 305—320.
- [42] Ritz F, Zugenmaier A. The impact of uncle rewards on selfish mining in ethereum// *Proceedings of the 2018 IEEE European Symposium on Security and Privacy Workshops*. New York: IEEE, 2018: 50—57.
- [43] Deng XT, Xiao T, Zhu KY. Learn to play maximum revenue auction. *IEEE Transactions on Cloud Computing*, 2019, 7(4): 1057—1067.
- [44] 肖涛. 机制设计——从实际场景建立理论. 上海: 上海交通大学, 2020.
- [45] Edelman B, Schwarz M. Optimal auction design and equilibrium selection in sponsored search auctions. *American Economic Review*, 2010, 100(2): 597—602.
- [46] Deng XT, Lin T, Xiao T. Private data manipulation in optimal sponsored search auction// *Proceedings of the Web Conference 2020*. New York: ACM, 2020: 2676—2682.
- [47] Gabaix X. Power laws in economics and finance. *Annual Review of Economics*, 2009, 1: 255—294.
- [48] Duan ZJ, Tang JW, Yin YT, et al. A context-integrated transformer-based neural network for auction design. (2022-01-29)/[2023-08-01]. <https://arxiv.org/pdf/2201.12489.pdf>.
- [49] Sandholm T, Likhodedov A. Automated design of revenue-maximizing combinatorial auctions. *Operations Research*, 2015, 63(5): 1000—1025.
- [50] Duan ZJ, Sun HR, Chen YR, et al. A scalable neural network for DSIC affine maximizer auction design. (2023-05-20)/[2023-08-01]. <https://arxiv.org/pdf/2305.12162.pdf>.
- [51] Adsul B, Garg J, Mehta R, et al. Rank-1 bimatrix games: a homeomorphism and a polynomial time algorithm// *Proceedings of the forty-third Annual ACM Symposium on Theory of Computing*. New York: ACM, 2011: 195—204.
- [52] Chen N, Deng XT, Zhang J. How profitable are strategic behaviors in a market? // *European Symposium on Algorithms*. Berlin: Springer, 2011: 106—118.
- [53] Cheng YK, Deng XT, Pi YF, et al. Can bandwidth sharing be truthful? // *International Symposium on Algorithmic Game Theory*. Berlin: Springer, 2015: 190—202.
- [54] Fisher I. *Mathematical investigations in the theory of value and prices, and appreciation and interest*. USA: Cosimo, Inc., 2006.
- [55] Brainard WC, Scarf HE. How to compute equilibrium prices in 1891. *The American Journal of Economics and Sociology*, 2005, 64(1): 57—83.
- [56] Chen N, Deng XT, Zhang HY, et al. Incentive ratios of fisher markets// *International Colloquium on Automata, Languages, and Programming*. Berlin: Springer, 2012: 464—475.
- [57] Chen N, Deng XT, Tang B, et al. Incentive ratio: a game theoretical analysis of market equilibria. *Information and Computation*, 2022, 285: 104875.
- [58] Solow RM. A contribution to the theory of economic growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 1956, 70(1): 65—94.
- [59] Curtis EB. Finite solution of pure trade markets with Cobb-Douglas utilities. *Economic Equilibrium: Model Formulation and Solution*, 1985: 226—239.
- [60] Codenotti B, Varadarajan K. Efficient computation of equilibrium prices for markets with leontief utilities// *International Colloquium on Automata, Languages, and Programming*. Berlin: Springer, 2004: 371—382.

- [61] Brânzei S, Chen YL, Deng XT, et al. The fisher market game: equilibrium and welfare// Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2014: 587—593.
- [62] Cheng YK, Deng XT, Qi Q, et al. Truthfulness of a proportional sharing mechanism in resource exchange// Proceedings of the Twenty-Fifth International Joint Conference on Artificial Intelligence. New York: ACM, 2016: 187—193.
- [63] Cheng YK, Deng XT, Qi Q, et al. Truthfulness of a Network Resource-Sharing Protocol. *Mathematics of Operations Research*, 2023, 48(3): 1522—1552.
- [64] Chen Z, Cheng YK, Deng XT, et al. Agent incentives of strategic behavior in resource exchange. *Discrete Applied Mathematics*, 2019, 264: 15—25.
- [65] Douceur J. *The Sybil Attack*// International workshop on peer-to-peer systems. Berlin: Springer, 2002: 251—260.
- [66] Chen Z, Cheng YK, Deng XT, et al. Tight bound on incentive ratio for sybil attack in resource sharing system. *IEEE Transactions on Cloud Computing*, 2022, 10(2): 913—924.
- [67] Cheng YK, Deng XT, Li YH, et al. Tight incentive analysis on sybil attacks to market equilibrium of resource exchange over general networks// Proceedings of the 23rd ACM Conference on Economics and Computation. New York: ACM, 2022: 792—793.
- [68] Papadimitriou CH. On the complexity of the parity argument and other inefficient proofs of existence. *Journal of Computer and System Sciences*, 1994, 48(3): 498—532.
- [69] Zhang MQ, Li YH, Li JC, et al. Insightful mining equilibria// International Conference on Web and Internet Economics. Berlin: Springer, 2022: 21—37.

Algorithmic Equilibrium Challenges in the Digital Economy

Yukun Cheng¹ Xiaotie Deng^{2*} Zhijian Duan² Tao Xiao³ Mengqian Zhang⁴

1. *School of Business, Jiangnan University, Wuxi 214122*

2. *Center on Frontiers of Computing Studies, Peking University, Beijing 100091*

3. *Theoretical Computer Science Lab, Huawei Technologies Co., Ltd, Shanghai 201206*

4. *School of Business, New York University, New York 10012, United States*

Abstract Amidst the flourishing landscape of the digital economy, the challenges arising from human cognition are fundamentally reshaping the trajectories of economics, operations management, and computational theory, unveiling captivating and innovative avenues for exploration. Meanwhile, the rapid development of algorithmic game theory adeptly integrates computational elements with human bounded rationality, providing a unified and concise methodological framework for studying various game scenarios in the digital economy, and thus bringing new perspectives to economics and game theory research. This article reviews the emerging concepts of different economic equilibria in the digital economy under various circumstances. We focus on the challenges and impacts of agents' strategic behaviors on equilibrium outcomes. By applying algorithmic game theory, we conduct incentive analysis of agents' strategic behaviors, depicting the competition and cooperation among all agents in the games, and evaluating the effects of different strategic behaviors on the equilibrium solutions.

Keywords digital economy; auction; market equilibrium; blockchain; incentive analysis; algorithm equilibrium

(责任编辑 崔国增 姜钧译)

* Corresponding Author, Email: xiaotie@pku.edu.cn